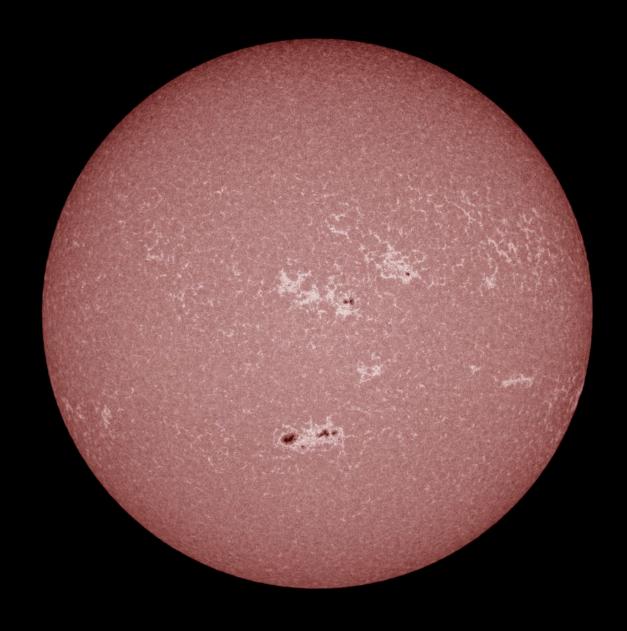
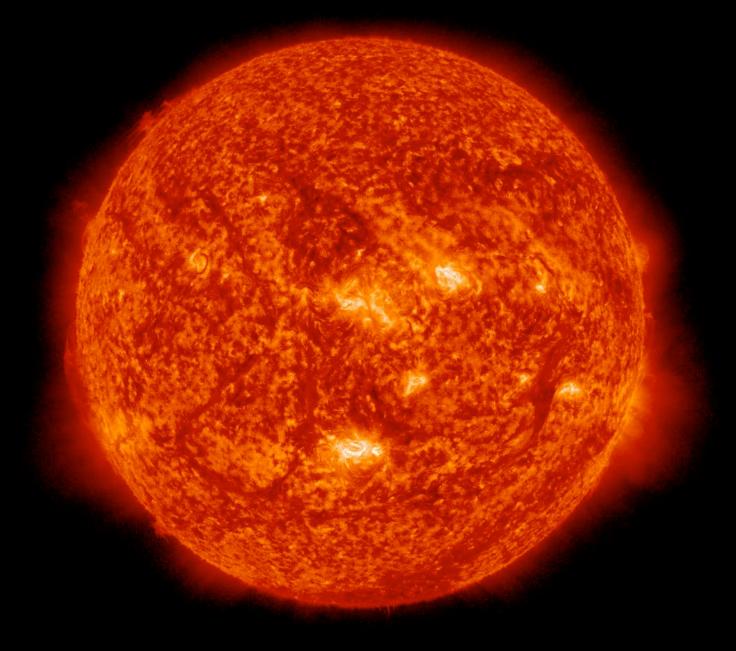


The Sun



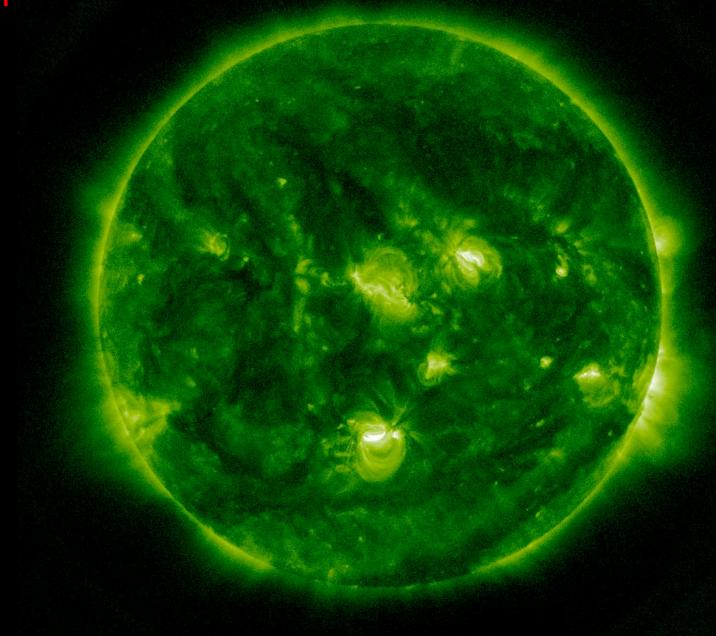
Continuum 6000 K 1700 A°

The Sun



He II 304 A° ~ 50000 K

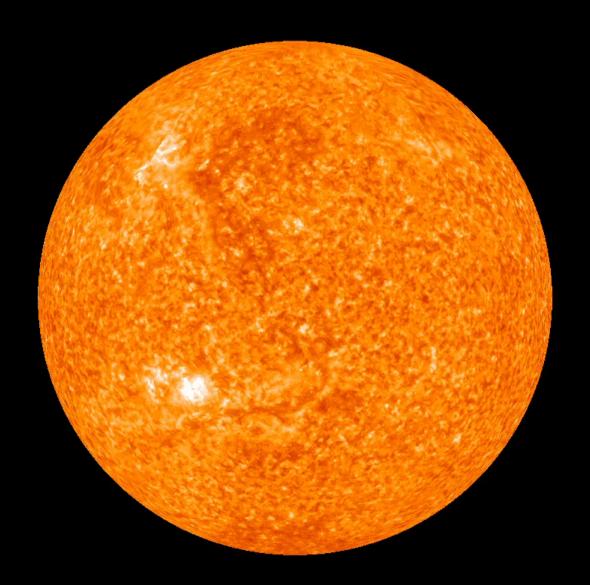
The Sun



Fe XVIII 6 millions K 94 A°

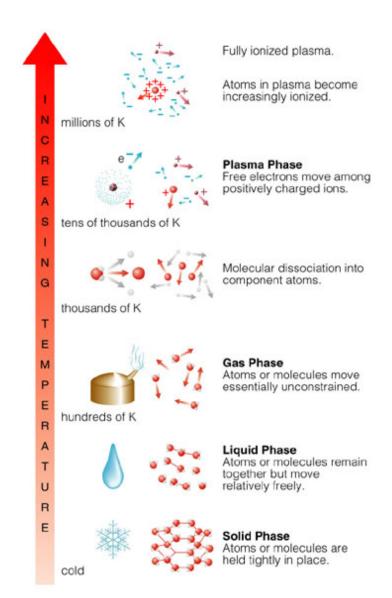
SDO/AIA 94 2015-09-26 19:29:37 UT

First 360° View of the Sun



NASA Stereo A & B satellites

Plasma (solaire)=4ème état de la matière



0° Celsius ~ 273 K

Copyright @ 2004 Pearson Education, publishing as Addison Wesley.

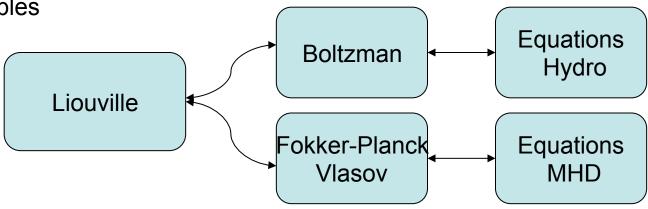
Dérivation des Equations du Mouvement des Fluides et des Plasmas

Les fluides et les gaz sont faits d'atomes et de molécules: On peut soit les voir comme un continuum suivant des équation macroscopiques dynamiques ou comme une collection de particules individuelles influencées par des forces agissant sur elles. En particulier dans un plasma de laboratoire (gaz chargé) comme un Tokamak certains comportements/phénomènes physiques sont mieux décrit par une approche particulaire.

Notre but est donc de développer un théorie dynamique des fluides et plasmas, c.a.d une théorie physique à partir de laquelle l'évolution temporelle d'un système peut être étudiée. Cela nécessite 2 conditions:

 Il nous faut une méthode permettant de décrire l'état du système à partir d'un jeu de variables

2) Il nous faut un jeu d'équations donnant la dérivée temporelle de ces variables



Dr. A.S. Brun. UnivEarths Fall School. Santorin – 18/10/15

Dérivation des Equations du Mouvement des Fluides et des Plasmas

Hiérarchie des Différentes Théories

Niveaux	Fluides Neutres	Plasmas
0	N particules quantiques $\Psi(\vec{x}_1,,\vec{x}_N)$ Eq de Schrödinger	idem fluides neutres
1	N particules classiques $(\vec{x}_1,,\vec{x}_N;\vec{u}_1,,\vec{u}_N)$ Eq de Liouville Lois de Newton (eq d' Hamilton)	Idem fluides neutres
2	Fonction de distribution $f(\vec{x},\vec{u},t)$ Eq de Boltzmann	Fonction de distribution $f(\vec{x},\vec{u},t)$ Eq de Vlasov, Fokker-Planck
2 1/2	N/A	Modèle à deux fluides ions (massifs) et électrons $f_i(\vec{x}, \vec{u}, t), f_e(\vec{x}, \vec{u}, t)$
3	Modèle continu $\rho(\vec{x},t), T(\vec{x},t), \vec{u}(\vec{x},t)$	Modèle a un fluide $\rho(\vec{x},t), T(\vec{x},t), \\ \vec{u}(\vec{x},t), \vec{B}(\vec{x},t)$
	Eq Hydrodynamiques	Eq Magnétohydrodynamiques

Rem: Dans un plasma il est possible d'avoir un champ magnétique B. Comme les plasmas sont de bons conducteurs, le champ électrique E peut être ignoré (E=0) à l'intérieur, par une réorganisation des charges. Ceci n'est cependant pas toujours vrai, alors le plasma est vu comme deux fluides un chargé positivement et un négativement => description niveau 2 ½ pour les plasmas

Approche fluide unique, Equations d'Induction

Quand on considère des phénomènes dans un plasma ayant des échelles spatiales bien plus grandes que la longueur de Debye λ et des échelles temporelles bien plus longues que l'inverse de la fréquence plasma $\omega_{_{\text{D}}}$, la séparation de charge peut etre négligé dans le plasma => qu' un gaz complétement ionisé peut etre traité comme un fluide unique (niveau 2 1/2 -> 3) .

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \rho, \tag{4}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \qquad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \qquad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \tag{6}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$
 (7)

A partir des équations de Maxwell (5) et (7), en négligeant le courant de déplacement (valable si v << c):

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c\mathbf{\nabla} \times \mathbf{E} \text{ et } \mathbf{J} = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{\nabla} \times \mathbf{B}),$$

et de loi d'Ohm, pour un fluide conducteur en mouvement à la vitesse ${f v}: {f J}=\sigma\left({f E}+{{f v} imes {f B}\over c}\right)$ on peut déduire l'équation d'induction:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c\nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \left(\frac{c\mathbf{J}}{\sigma} - \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right)$$
$$= -\nabla \times \left(\frac{c^2}{4\pi\sigma}\nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{\nabla} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \mathbf{\nabla} \times (\eta \mathbf{\nabla} \times \mathbf{B})$$

avec $\eta = c^2/4\pi\sigma$ la diffusivité magnétique,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \Delta \mathbf{B}, \text{ si } \eta = cst.$$

Equations de la Magnétohydrodynamique

Continuité, Navier-Stokes, Energie (+ force de Laplace + diffusion Ohmique):

$$\begin{array}{ll} \frac{\partial \rho}{\partial t} &=& -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \,, \quad \boxed{\nabla \cdot \mathbf{B}} = \mathbf{0} \\ \\ \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &=& -\rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} - \nabla P + \rho \mathbf{g} - 2\rho \Omega_{\mathbf{0}} \times \mathbf{v} \\ \\ &-& \nabla \cdot \mathcal{D} + \boxed{\frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}} \,, \\ \\ \rho T \frac{\partial S}{\partial t} &=& -\rho T (\mathbf{v} \cdot \nabla) S + \nabla \cdot (\kappa_r \rho c_p \nabla T) + \boxed{\frac{4\pi\eta}{c^2} \mathbf{J}^2} \\ \\ &+& 2\rho \nu \left[e_{ij} e_{ij} - 1/3 (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 \right] + \boxed{\rho \epsilon} \,, \quad \boxed{\text{Source de chaleur sinécessaire, cœur}} \end{array}$$

plus induction:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{\nabla} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \mathbf{\nabla} \times (\eta \mathbf{\nabla} \times \mathbf{B}) \qquad (8)$$

MHD Turbulence

Les fluides ordinaires non magnétiques sont connus pour devenir turbulents à grand nombre de Reynolds Re= V L / v , avec V et L une vitesse et une longueur caractéristiques de l'écoulement et v sa viscosité cinétique.

On s'attend à ce qu'il en soit de même pour un fluide conducteur mais les évidences expérimentales sont rares (expérience dynamo VKS2 à Cadarache), alors qu'elles sont nombreuses en astrophysique.

Définissons les nombres de Lundquist S = L V_a/η (vitesse d'Alfven V_a =B/(4 $\pi\rho$)^{1/2}) et de Reynolds magnétique Rm = L V / η

Un S>>1 signifie que la résistance est faible, mais le système peut bien ne pas être turbulent! Seulement quand les vitesses fluides deviennent grandes soit dans la phase non linéaire d'une instabilité soit par un forçage extérieur Rm devient grand et le système turbulent.

La turbulence MHD se trouve donc dans les systèmes fortement dynamiques tels que les tokamaks, les éruptions ou la convection solaires.

Spectre de Kolmogorov (hydro), large Re

Spectre Turbulent (MHD), larges Re, Rm

$$E_{k} = E_{cin_k} \sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$
 $E_{k} = E_{cin_k} + E_{mag_k} \sim (\varepsilon v_{A})^{1/2} k^{-3/2}$

ε taux de transfer d energie (cst entre echelle k) et v_A vitesse d' Alfven

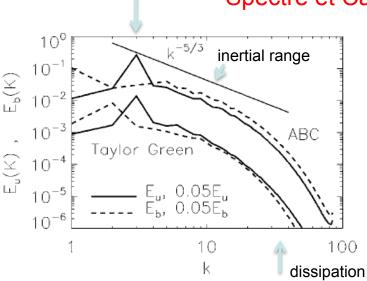


FIG. 1. Spectra of kinetic energy (solid line) and magnetic energy (dashed line) of the ABC and Taylor-Green runs, where the Taylor-Green spectra have been shifted down by a factor of 20 for clarity. The Kolmogorov slope is showed as a reference. Note that the magnetic Prandtl number $P_M \equiv \nu / \eta$ differs for the two runs.

$$\partial_{t}E_{u}(K) = \sum_{Q} \left[\mathcal{T}_{uu}(Q,K) + \mathcal{T}_{bu}(Q,K) \right] - \nu \mathcal{D}_{u}(K) + \mathcal{F}(K),$$

$$\mathcal{T}_{uu}(Q,K) \equiv -\int \mathbf{u}_{K}(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}_{Q}dx^{3}. \quad \mathcal{T}_{bu}(Q,K) \equiv \int \mathbf{u}_{K}(\mathbf{b} \cdot \nabla)\mathbf{b}_{Q}dx^{3}.$$

$$\partial_{t}E_{b}(K) = \sum_{Q} \left[\mathcal{T}_{ub}(Q,K) + \mathcal{T}_{bb}(Q,K) \right] - \eta \mathcal{D}_{b}(K). \tag{7}$$

Here we have introduced the functions $T_{uu}(Q,K)$, $T_{ub}(Q,K)$, $T_{bb}(Q,K)$, and $T_{bu}(Q,K)$, which express the energy transfer between different fields and shells.

$$\mathcal{T}_{ub}(Q,K) \equiv \int \mathbf{b}_{\mathbf{K}}(\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{u}_{\mathbf{Q}} d\mathbf{x}^3$$
. $\mathcal{T}_{bb}(Q,K) \equiv -\int \mathbf{b}_{\mathbf{K}}(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{b}_{\mathbf{Q}} d\mathbf{x}^3$,

Table 1. Cascade directions of the ideal invariants comparing MHD and Navier-Stokes turbulence

	3-D		2-D	
MHD	$E_k K_k H_k M$	direct direct inverse	$E_k \ K_k \ H_k^{\psi}$	direct direct inverse
Navier-Stokes	E_{k}^{V} H_{k}	direct direct	E_k^V Ω_k	inverse direct

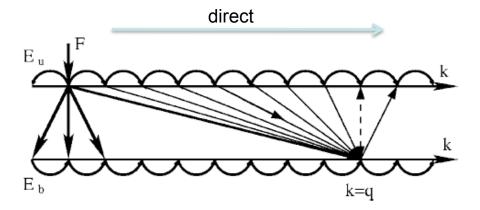
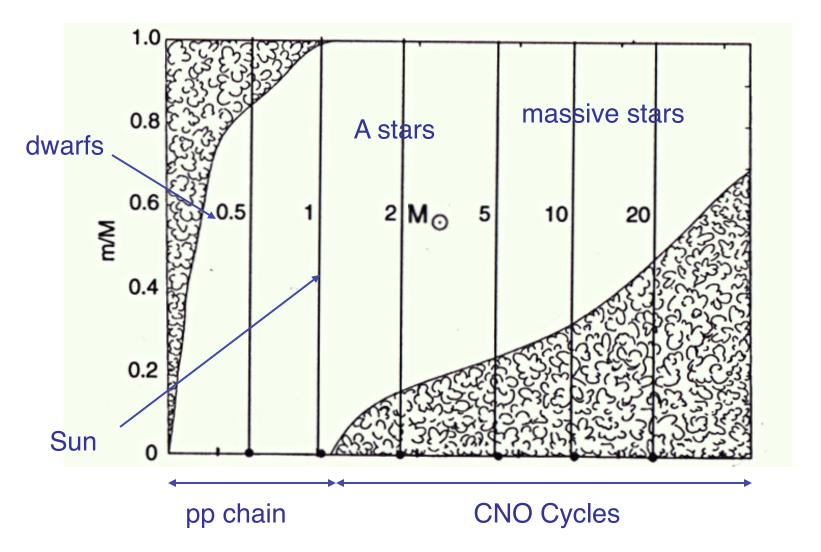


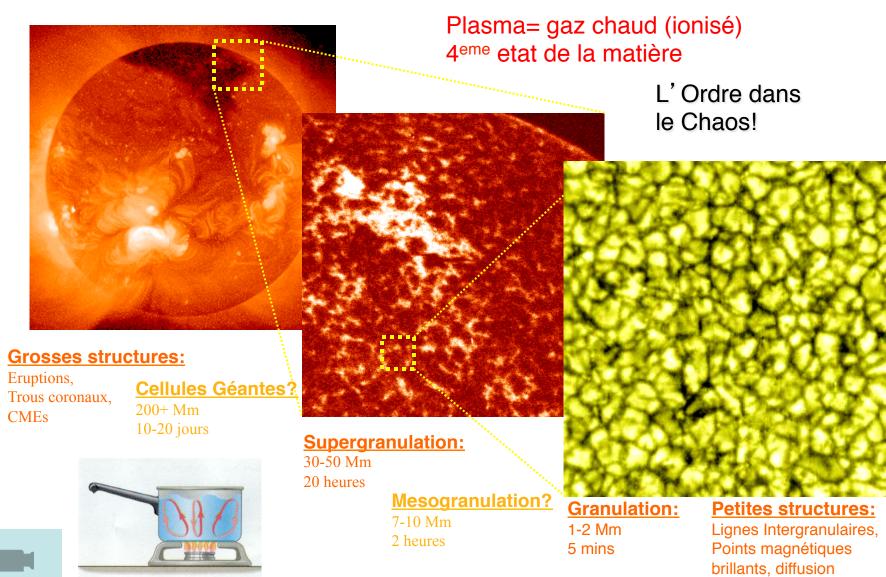
FIG. 14. A sketch of the energy transfer between different scales and different fields. The thickness of the lines is an indication of the magnitude of the transfers. The figure illustrates how energy is transferred to magnetic modes with wave number k=q in the inertial range. The transfer between same fields is always local and direct. Each magnetic mode receives energy from all larger-scale velocity modes and gives to slightly smaller-scale velocity modes.

Zones Convectives dans les Etoiles

Transition between envelope and core convection: ~1.3 Msol



Échelles Spatio-Temporelles dans la Zone Convective Solaire



$$P_e = P_s$$
 et $P_e^* = P_s^*$ d μ nul pour l'élément

Multiplions par Hp:
$$\left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_s < \left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_e + \frac{\phi}{\delta} \left(\frac{d \ln \mu}{d \ln P} \right)_s$$
 ou
$$\nabla < \nabla_e + \frac{\phi}{\delta} \nabla_\mu$$

Stable

 $abla_e$ et $abla_{ad}$ sont similaires en ce sens que les deux décrivent la variation de température d'un gaz subissant une variations de pression. $abla_{rad}$ et $abla_u$ par contre décrivent la variation spatiale de T et μ du milieu.

Dr. A.S. Brun, UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/15

Critères de Stabilité de Schwartzschild et de Ledoux

Considérons une atmosphère dans laquelle l'énergie est transportée par radiation (ou conduction) seulement. Alors $\
abla =
abla_{rad}$. Testons la stabilité de cette atmosphère et considérons que l'élément se déplace adiabatiquement: $\nabla_e \equiv \nabla_{ad}$

L' atmosphère est stable si:

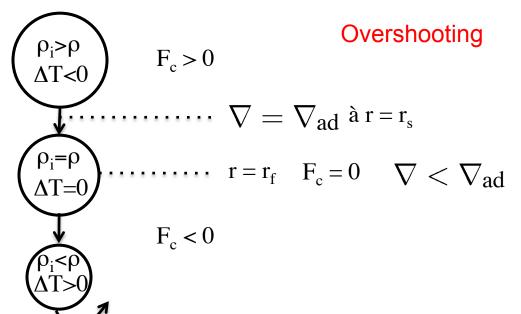
$$\nabla_{rad} < \nabla_{ad} + \frac{\phi}{\delta} \nabla_{\mu}$$

Gaz parfait : P = R
$$\rho$$
 T/ μ => α = δ = ϕ =1

S'il n' a pas de variation de composition ou d'ionisation:

Critère de Schwarzschild $\nabla_{rad} < \nabla_{ad}$

$$\nabla_{rad} < \nabla_{ad}$$



Péclet number: Pe= vL/κ

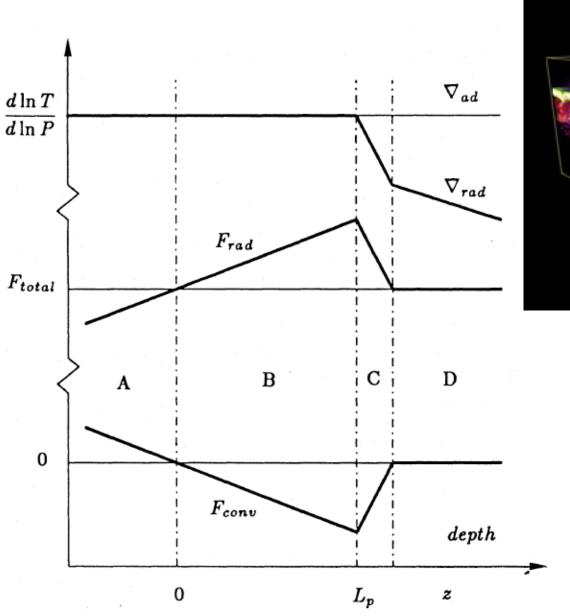
Pe >> 1 (Soleil) -> change stratification

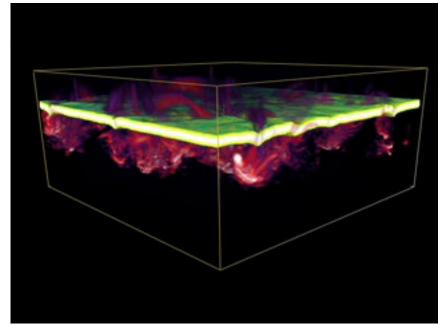
Pe ~1, extended overshoot

If a heavy sinking convective parcel penetrates into a subadiabatic layer, when the temperature fluct changes sign, parcel is neutrally buoyant but continues to sink by virtue of inertia until the Buoyancy force reverses the direction of its motion.

Zahn 1991

Critères de Stabilité de Schwartzschild et de Ledoux



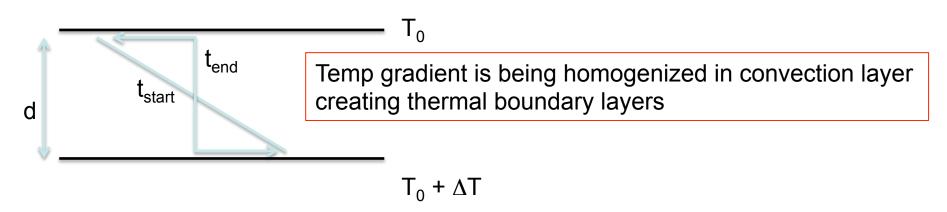


Péclet number: Pe= vL/κ Pe >> 1 (Soleil) -> change stratification Pe ~1 , extended overshoot

If a heavy sinking convective parcel penetrates into a subadiabatic layer, when the temperature fluct changes sign, parcel is neutrally buoyant but continues to sink by virtue of inertia until the Buoyancy force reverses the direction of its motion.

Zahn 1991

Deriving an inviscid criteria for convection: Rayleigh number



Bubble is less dense than medium and rise at vertical speed w but as to "fight" against viscous drag:

$$\delta \rho g = v \Delta w \sim v w/d^2 => w = \delta \rho g d^2 / v$$
.

With an ideal gas we can relate density fluctuation to temperature variation ΔT via thermal expansion factor α , e.g. $\delta \rho = \alpha \ \Delta T$

so w =
$$\alpha \Delta T g d^2 / \nu$$

While it rises and since it is hot it radiates away is heat. So in order to retain its buoyancy Rise time < thermal time \Leftrightarrow d/w < d²/ κ

$$\Rightarrow$$
 1 < α ΔT g d³ / $\nu \kappa$ = Ra \Leftrightarrow Rayleigh number Ra must be greater than one (in this back of the envelope derivation)

Plane Layer Convection

Plane layer conv (cf. Chandrasekhar's book in 1961)

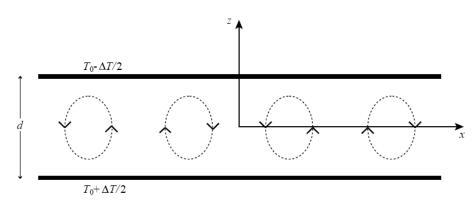


Fig. 17.1: Rayleigh-Bernard convection. A fluid is confined between two horizontal surfaces separated by a vertical distance d. When the temperature difference between the two plates ΔT is increased sufficiently, the fluid will start to convect heat vertically. The reference effective pressure P'_0 and reference temperature T_0 are the values of P' and T measured at the midplane z=0.

Rayleigh Number:

$$Ra = \frac{g\alpha\Delta Td^3}{\kappa\nu}$$

Si Ra est suffisament grand alors la convection se déclenche. La différence Avec le critère de Schwatzschild vient du fait qu'ici on prend en compte l'effet des diffusivités

Conditions aux limites stress-free top & bottom: $Ra_c = 658$ stress-free top & no slip bottom: $Ra_c = 1100$ no slip top & bottom: $Ra_c = 1708$

With a vertical magnetic field pervading the system:

BC's stress free top & bottom for V, radial field BC's for B: Ra_c depends on Hartman number, i.e Ha >> 1, alors Ra_c = π^2 (Ha)²

 $Ha=\left(rac{\sigma B_0^2 d^2}{
ho
u}
ight)$

Magnetic Fields in Various Objects

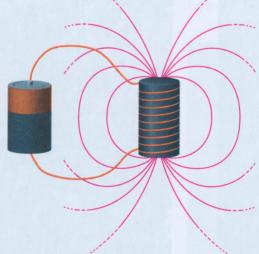
Most Figures from: The Cosmic Perspective,

Bennett et al. 2003, ed. Pearson

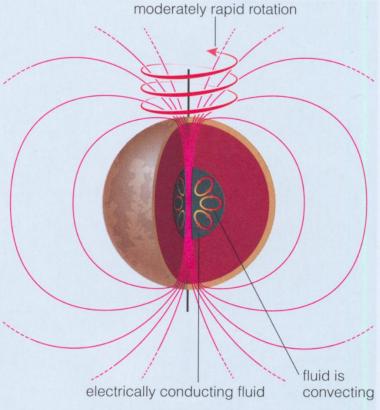
or ESA, NASA.



a This photo shows how a bar magnet influences iron filings (small black specks) around it. The *magnetic* field lines (red) represent this influence graphically.



b A similar magnetic field is created by an electromagnet, which is essentially a coiled wire attached to a battery. The field is created by the battery-forced motion of charged particles (electrons) along the wire.



c A planet's magnetic field also arises from the motion of charged particles. The charged particles in a terrestrial planet are in a molten metallic core, and their motion arises from the planet's rotation and interior convection.

Champ magnétique B, décroit en un temps Ohmique: τ_{η} = Ce temps est long sauf en laboratoire et dans les petits

 $au_{\eta} = rac{R^2}{\eta}$

corps célestes comme les satellites naturels (lunes) ou planètes, donc la présence de B dans les planètes et la variabilité de B dans certains corps (étoiles, galaxies) => effet dynamo

Quelques Remarques sur l'Equation d'Induction

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{\nabla} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \Delta \mathbf{B}$$

Si le fluide est au repos, l'équation se réduit à: Ceci est une équation de diffusion, le champ magnétique **B** décroit dans une sphère uniforme de rayon R en un temps Ohmique:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \eta \Delta \mathbf{B}$$
$$\tau_{\eta} = \frac{R^2}{\pi^2 n}$$

Dans les conducteurs en laboratoire, τ_{η} est petit (10 s pour une sphère de cuivre de 1m), mais dans les conducteurs cosmiques il peut être gigantesque (> 10^{10} d'années)

Par contre si le fluide est en mouvement (et que sa résistance est négligeable), l'équation devient: $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{\nabla} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$

Cela signifie que les lignes de champ magnétique sont « gelées » dans le fluide

Quelques Remarques sur l'Equation d'Induction

Le nombre de Reynolds magnétique $Rm=vL/\eta$ permet de connaître le régime dans lequel le système étudié se trouve, il est généralement petit dans les expériences de laboratoires ($Rm \sim 1$ et < 50) & grand dans les objets cosmiques. Il y a théoriquement effet dynamo si Rm est suffisamment grand

Cela signifie que bien que le courant électrique dans les conducteurs de laboratoires soit principalement déterminé par la conductivité σ , dans un corps cosmique σ n'a que très peu d'influence sur l'amplitude des courants circulant, un changement par ex d'un facteur 10 de σ , n'induisant pas de changement significatif de \mathbf{B} . La conductivité ne sert qu'à déterminer le champ électrique \mathbf{E} (faible) nécessaire à la présence de ses courants (Cowling 1957).

Remarque: le premier terme de l'équation d'induction peut être décomposé en 2 parties,

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \mathbf{B}\nabla \cdot \mathbf{v}$$

un terme (le 1er) de distortion et d'étirement de $\bf B$ et un terme de transport advectif, et le dernier terme est lié à la compressibilité du fluide (nul si Div $\bf v$ =0).

Kinematic Mean Field Theory

Starting point is the magnetic induction equation of MHD:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B},$$

where **B** is the magnetic field, **u** is the fluid velocity and η is the magnetic diffusivity (assumed constant for simplicity).

Assume scale separation between large- and small-scale field and flow:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \mathbf{u},$$

where **B** and **U** vary on some large length scale L, and **u** and **b** vary on a much smaller scale l.

$$\langle \mathbf{B} \rangle = \mathbf{B}_{\mathbf{0}}, \quad \langle \mathbf{U} \rangle = \mathbf{U}_{\mathbf{0}},$$

where averages are taken over some intermediate scale $l \ll a \ll L$.

For simplicity, ignore large-scale flow, for the moment. Induction equation for mean field:

$$\frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} + \boldsymbol{\eta} \nabla^2 \mathbf{B}_0,$$

where mean emf is $\mathbf{\delta} = \langle \mathbf{u} \times \mathbf{b} \rangle$.

This equation is exact, but is only useful if we can relate \mathbf{a} to \mathbf{B}_0 .

Consider the induction equation for the fluctuating field:

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}_0) + \nabla \times \mathbf{G} + \boldsymbol{\eta} \nabla^2 \mathbf{b},$$

Where
$$G = \mathbf{u} \times \mathbf{b} - \langle \mathbf{u} \times \mathbf{b} \rangle$$
. "pain in the neck term"

Si, G est petit, alors la force électromotrice moyenne (mean emf), peut être développée en fonction de $\langle B \rangle_{\phi}$:

$$<\mathcal{E}_{i}>_{\phi}=<(u\times b)_{i}>_{\phi}=\alpha_{ij}< B_{j}>_{\phi}+\beta_{ijk}\frac{\partial< B_{j}>_{\phi}}{\partial x_{k}}+\dots$$

BASIC PROPERTIES OF THE MEAN FIELD EQUATIONS

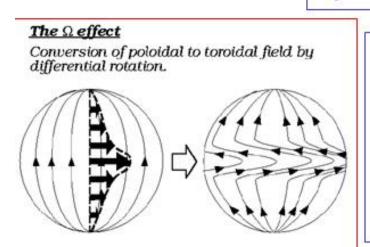
Add back in the mean flow U₀ and the mean field equation becomes

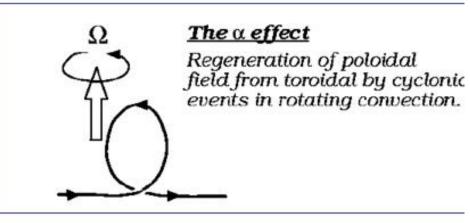
$$\frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{B}_0 + \mathbf{U}_0 \times \mathbf{B}_0) + (\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\beta}) \nabla^2 \mathbf{B}_0.$$

ici α et β considérés isotropes

Now consider simplest case where $\alpha = \alpha_0 \cos \theta$ and $U_0 = U_0 \sin \theta e_{\phi}$

In contrast to the induction equation, this can be solved for axisymmetric mean fields of the form $\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}_{0t}\mathbf{e}_{\omega} + \nabla \times (\mathbf{A}_{0P}\mathbf{e}_{\omega})$





Dynamo cinématique vs dynamique (nonlinéaire)

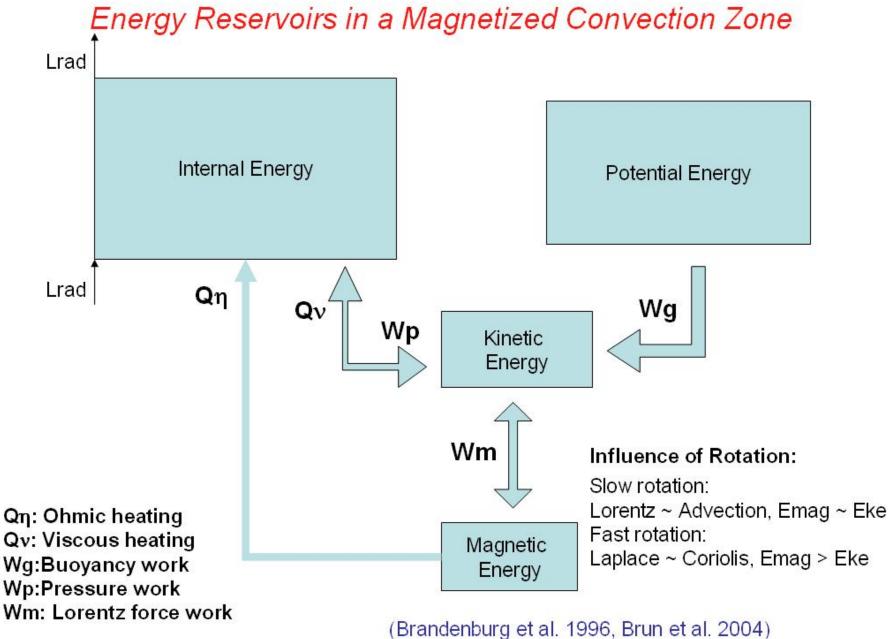
Si la force de Laplace peut être négligé dans l'équation de Navier-Stokes, on parle alors de *dynamo cinématique*, l'instabilité est linéaire avec une croissance exponentielle

Dans le cas contraire (ce qui arrive pour des champs B d'amplitudes finies), on parle de *dynamo dynamique*, il y a rétroaction de la force de Laplace sur les mouvements, l'instabilité sature et le champ magnétique atteint une amplitude finie. L'énergie magnétique $ME=B^2/8\pi$ est proche de l'équipartition avec l'énergie cinétique $KE=0.5\rho v^2$ des mouvements fluides.

Remarque: la force de la Laplace peut se décomposer en 2 parties,

$$\mathbf{F} = \frac{1}{c}\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \frac{1}{4\pi}(\mathbf{\nabla} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$$
$$= \left[-\frac{1}{8\pi}\mathbf{\nabla}\mathbf{B}^{2} \right]_{a} + \left[\frac{1}{4\pi}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{\nabla})\mathbf{B} \right]_{b}$$

Une pression magnétique (terme a) perpendiculaire aux lignes de champ magnétique et une tension magnétique (terme b) le long de celles-ci.



(Brandenbarg et al. 1999, Bran et al. 2004)

Various Dynamo Regimes and Scalings

Equilibrium field : $B_{eq} \sim sqrt(8\pi P_{gas}) \sim sqrt(\rho_*)$

Assuming magnetic Reynolds number Rm=1 => v=η/L; better assessment v=v_{conv} ~ (L_{*}/(rho R_{*}²))^{1/3}

Laminar (weak) scaling: Lorentz ~ diffusion =>

$$B^2_{\text{weak}} \sim \rho \nu \eta / L^2 => ME < KE$$

Turbulent (equipartition) scaling: Lorentz ~ advection => $B_{turb}^2 \sim \rho v^2 \sim \rho \eta^2 / L^2 \Leftrightarrow |B_{weak}| \sim |B_{turb}| P_m^{1/2} => ME \sim KE$

Magnetostrophic (strong) scaling: Lorentz ~ Coriolis =>
$$B_{strong}^2 \sim \rho \Omega \eta => ME > KE !$$

With ρ density, ν kinematic viscosity, η magnetic diffusivity, Ω rotation rate, ν , L characteristic velocity & length scales, $P_m = \nu/\eta$ the magnetic Prandtl nb

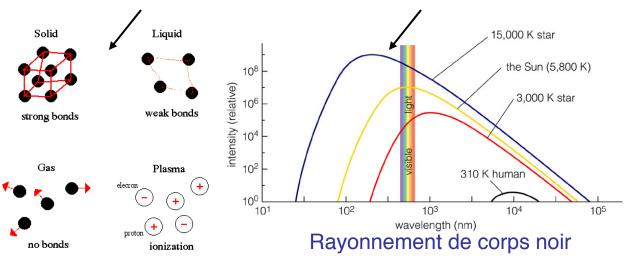
Fauve et al. 2010, Brun et al. 2014 (Space Science Rev), Christensen 2010

Qu'est ce qu'une Etoile?

C'est une boule de gaz chaud autogravitante: la pression

du gaz supporte la gravité

 Ce gaz chaud (donc ionisé), aussi appelé plasma, émet de la lumière

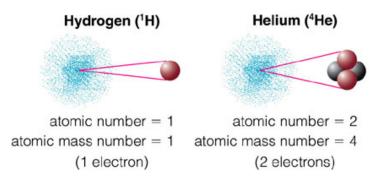


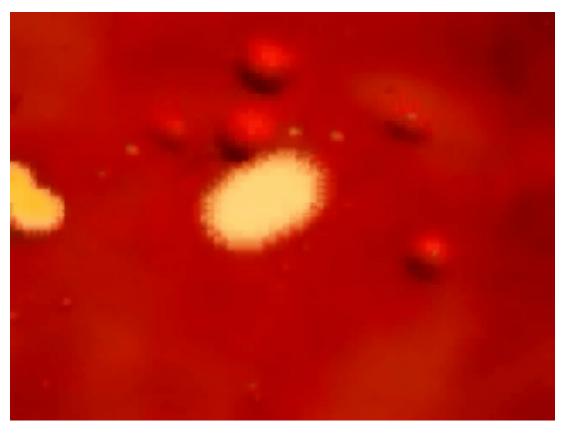
PHERSON FIRM NOTE OF THE PROPERTY OF THE PROPE

Ce flux d'énergie doit durer longtemps (> millions d'années), Il faut donc une source d'énergie efficace pour assurer cette dépense d'énergie (=> réactions nucléaires), seuls les objets (M>0.08 Msol) possèdent une température centrale suffisante pour déclencher ces réactions

Fusion Nucléaire = Energie du Soleil (10 Milliards d'années)

650 Millions de tonnes d'Hydrogène converties chaque seconde

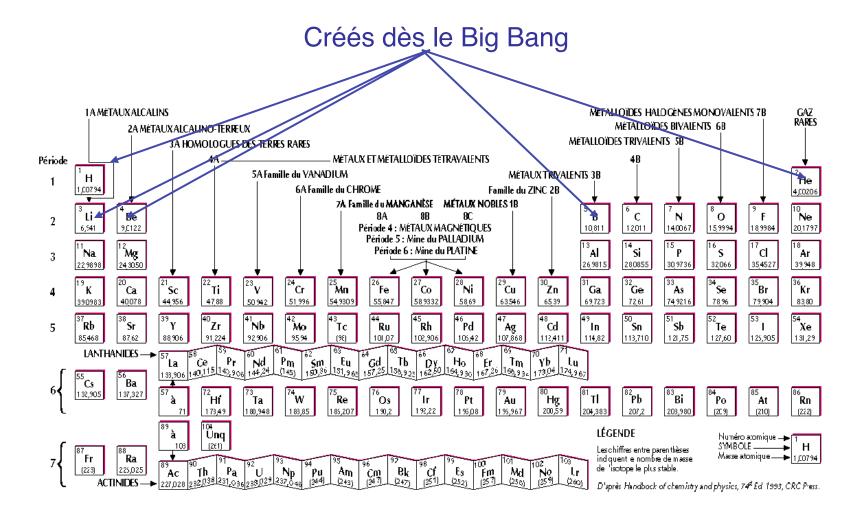




Fusion de 4 atomes d'Hydrogène en un d'Hélium

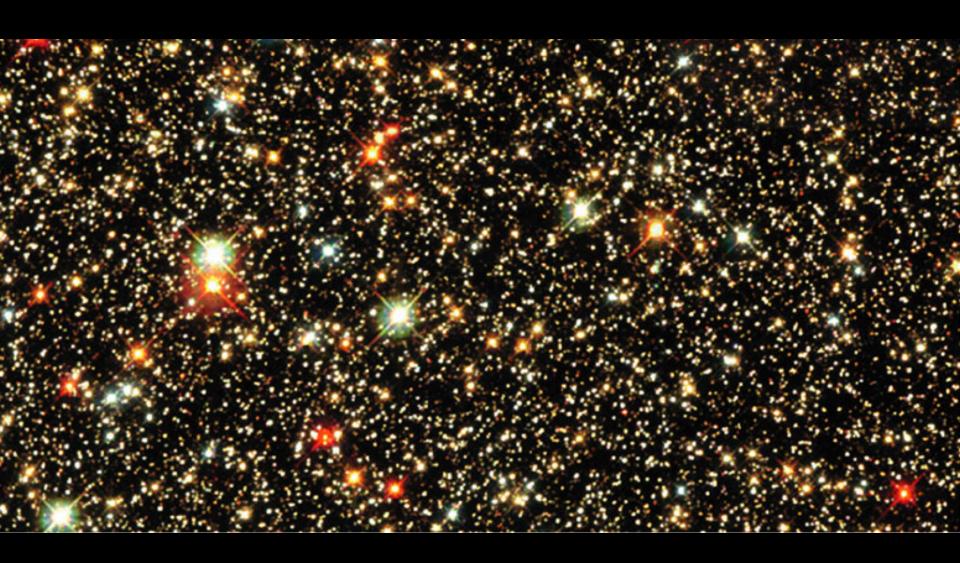
Bilan: 4p -> He4 + $2e^+$ + $2v_e$ + Energie

Table de Mendeleïev

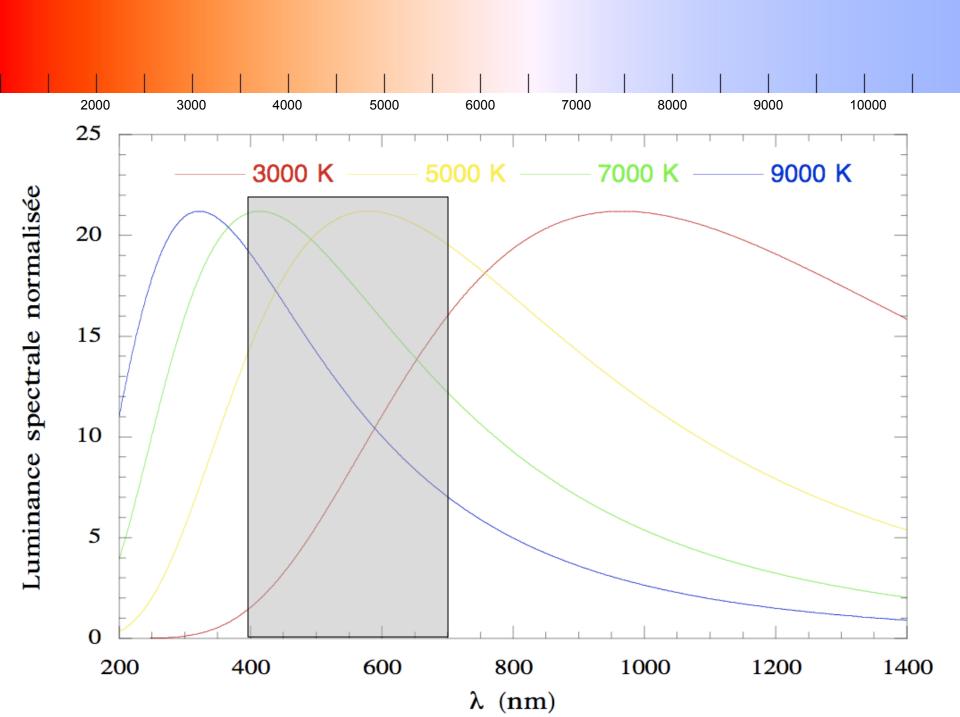


Nous sommes tous de la poussière d'étoiles

Couleurs et Types des Etoiles



On observe des étoiles rougeatre, blanchantre, bleueatre

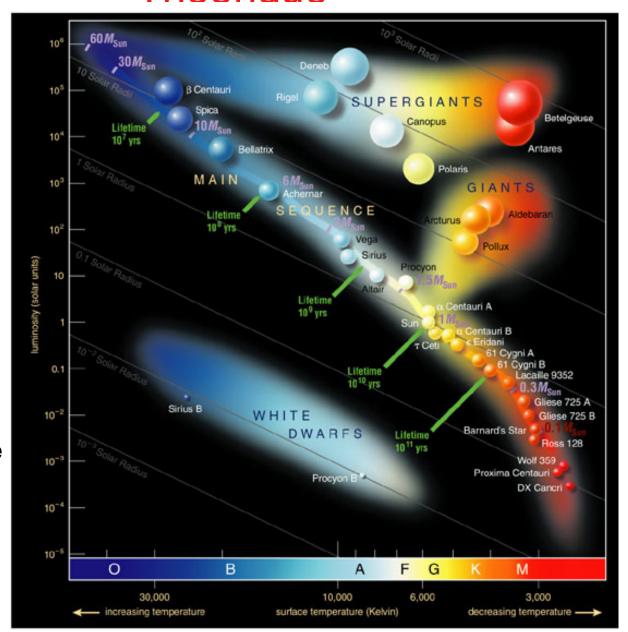


Le Diagramme d'Hertzsprung-Russell Théorique

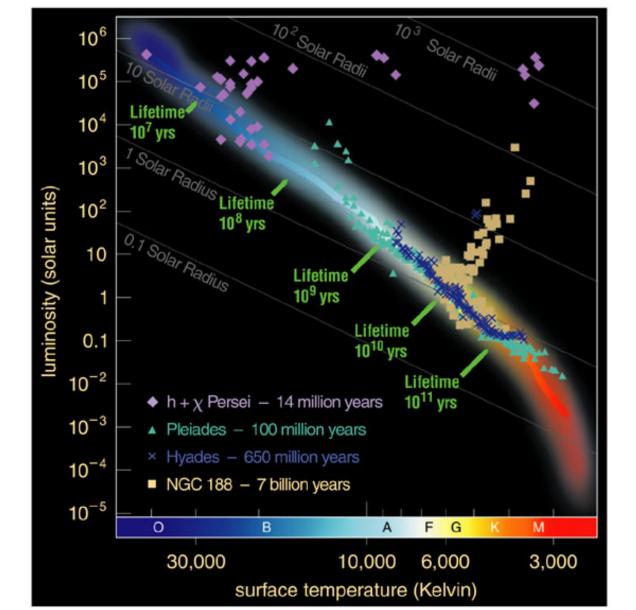
Most Figures from: The Cosmic Perspective, Bennett et al. 2003, ed. Pearson or ESA, NASA.

Carte « michelin » des étoiles

diagramme de
Hertzsprung-Russel
où l'on représente le
type spectral de l'étoile
en fonction de sa
luminosité



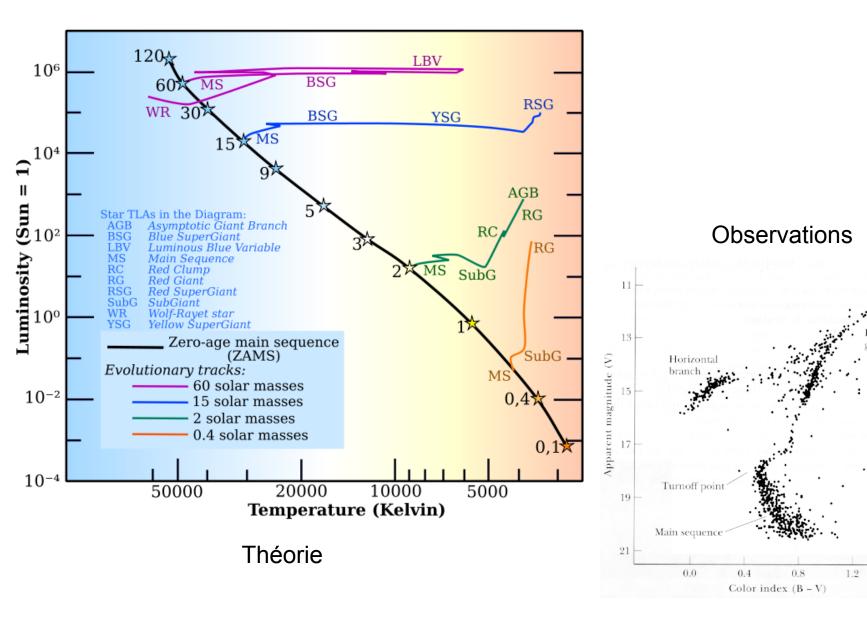
Le Diagramme d'Hertzsprung-Russell Observationel



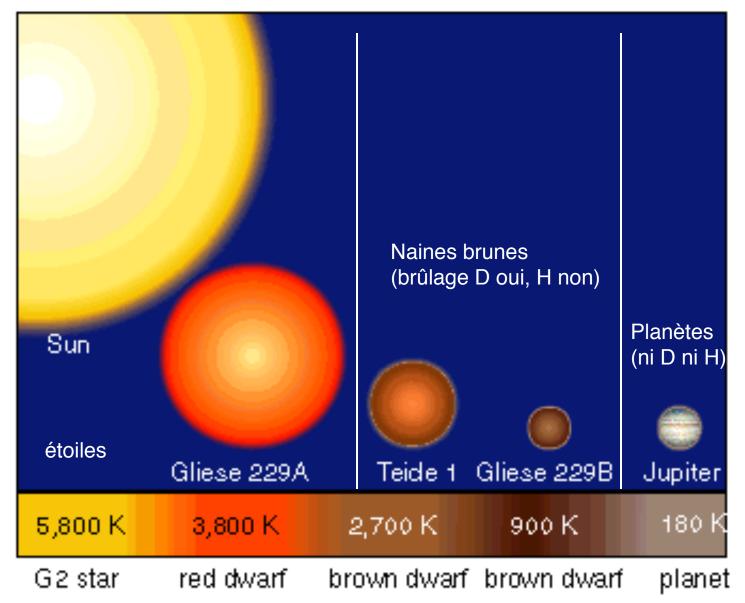
DI. A.S. BIUII. UNIVERSIS FRIENDOI. SANIONII - 18/10/13

Carte « michelin » des étoiles

Le Diagramme d'Hertzsprung-Russell

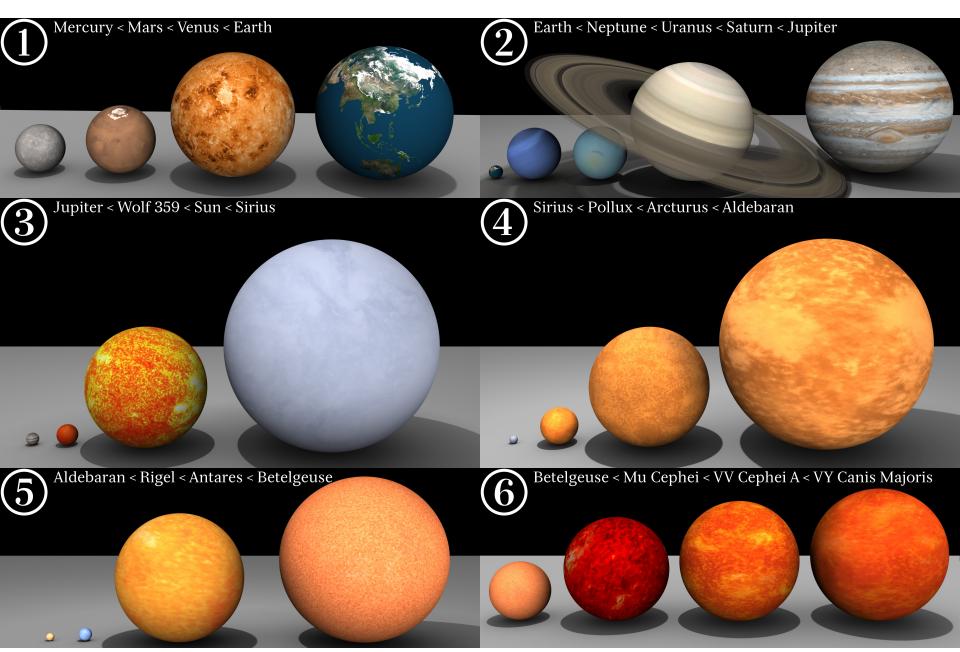


Etoiles de Faibles Masses et Planètes Géantes



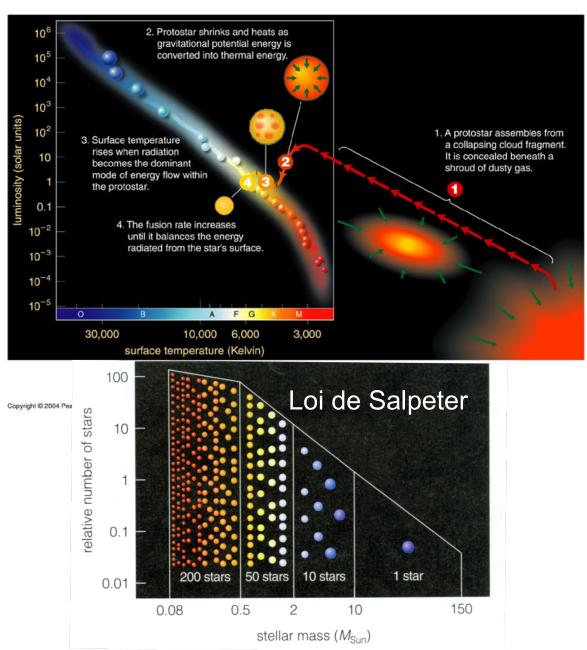
M doit être supérieur à 0.084 Msol pour devenir une étoile (brûlage H)

Taille Relative des Etoiles

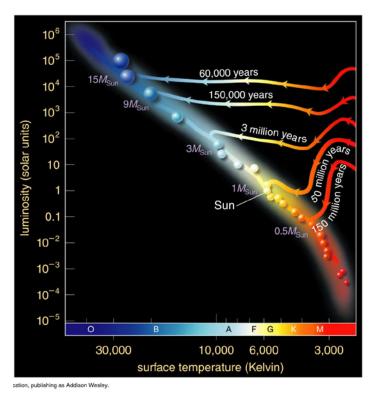


Dr. A.S. Brun. UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/15

Phase d'Evolution des Etoiles: Formation, Etoiles Jeunes (PMS)

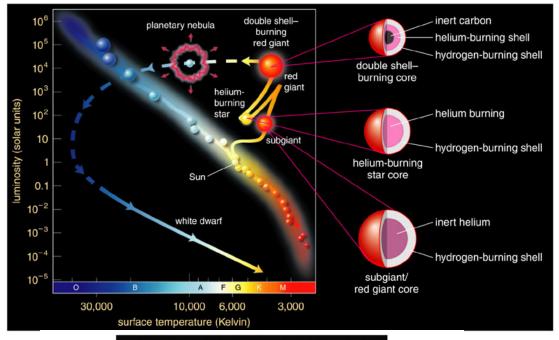


H-R diagramme



Dr. A.S. Brun. UnivEarths Fall School. Santorin – 18/10/15

Phase d'Evolution des Etoiles: Cas 1 & 5 Msol



Nébuleuse Planétaire du sablier

Theoretical evolutionary tracks off the ZAMS for the stars of 1 and 5 solar masses.

Surface temperature (K)

10.000

To white dwarf (1.34 solar masses)

To white dwarf (0.65 solar mass)

solar

masses

ZAMS

103

10

1.0

25,000

1

uminosity (sun

Thermal pulses

bezin

Helium burning

Hydrogen

burning

Planetary

Thermal

1600

Dulses

begin

nebula ejection

Helium

flash

Red giant

pranch

solar mass

4000

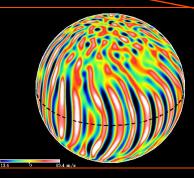
Fall School

Copyright ©

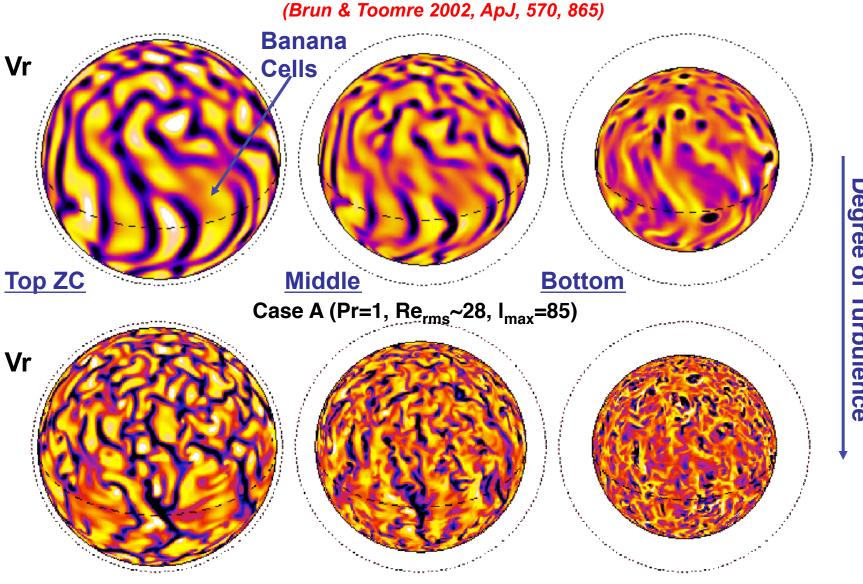
Simulations 3-D Hautes Performances de la MHD Stellaire par Allan Sacha BRUN (CEA/SAp & Obs Meudon/LUTH) Projet STARS² Asterosismology/Magnetism **Massive Stars** SoHO/Corot/Espadon/XMM (Brun et al. 2002, 2004, 2005, 2006, 2007, Ballot et al. 2007, Browning et al. 2004, **Evolved Stars** Jouve & Brun 2007a,b, Zahn, Brun & Mathis 2007, Brown et al. 2007) (RGB) 60 M_{Sun} MAIN Sun Young Suns

HR diagram

6,000



Convective Motions (radial velocity Vr)

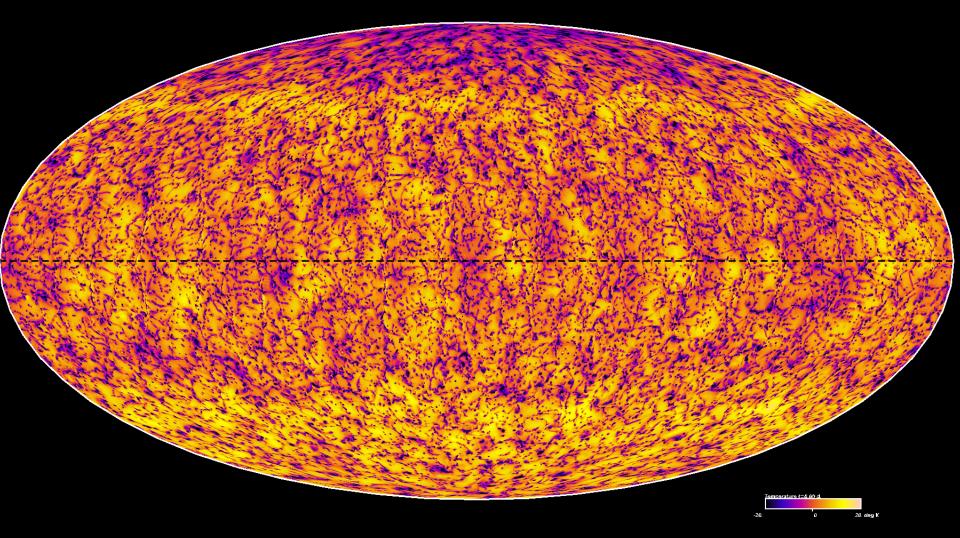


Case D (Pr=0.25, Re_{rms}~410, I_{max}=340)

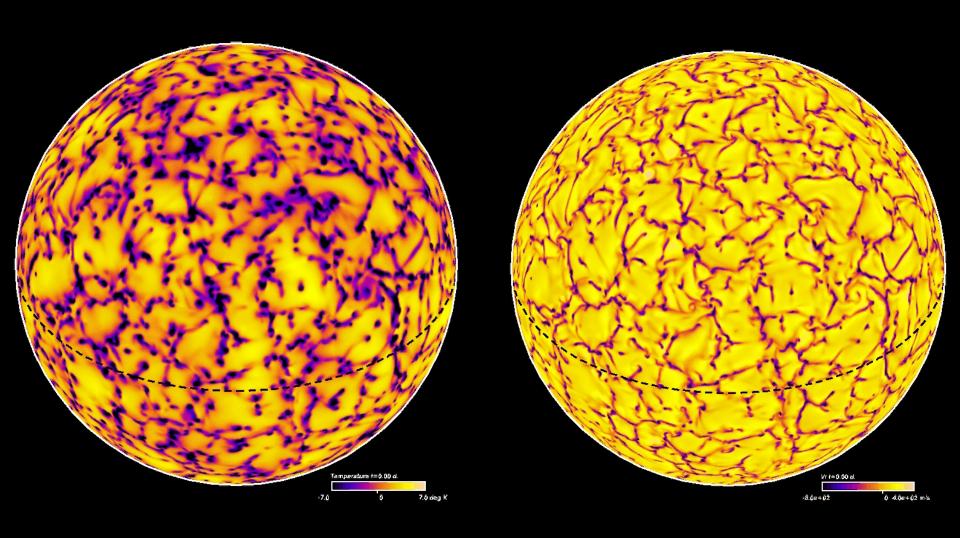
Dr. A.S. Brun. UnivEarths Fall School. Santorin – 18/10/15

Convective Motions (radial velocity Vr)

Resolution~ 4000^3, Re=VrmsD/v~5000, Pr=0.25

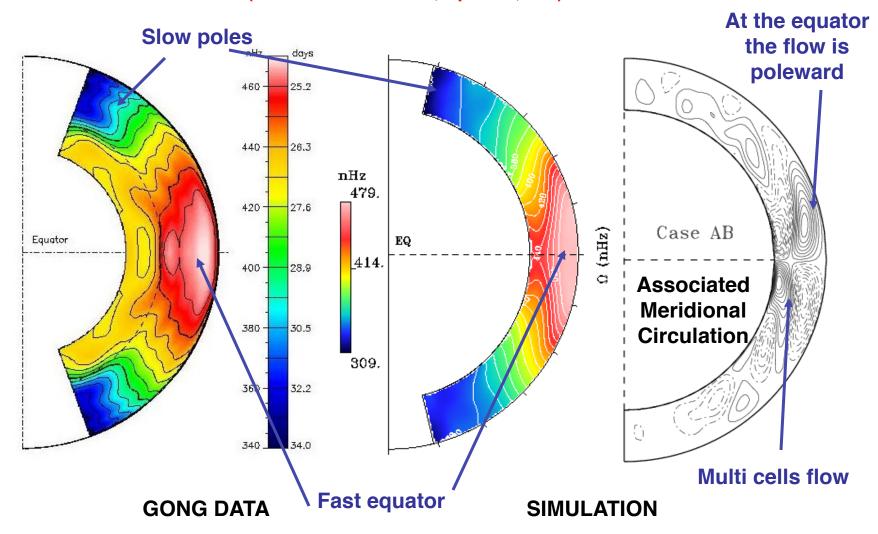


Temperature/Radial Velocity Correlations in Turbulent Convective Flows



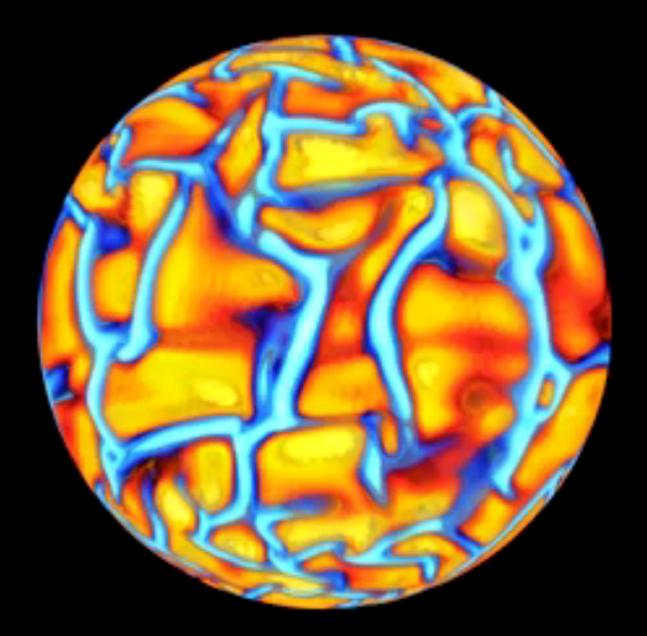
Mean Angular Velocity Ω

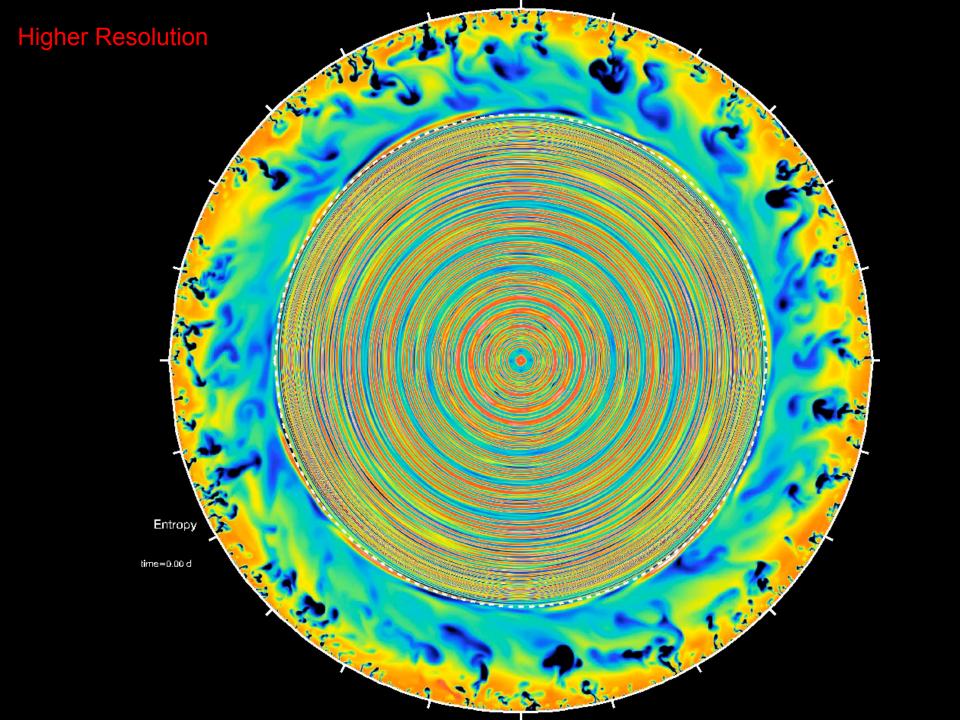
(Brun & Toomre 2002, ApJ 570, 865)

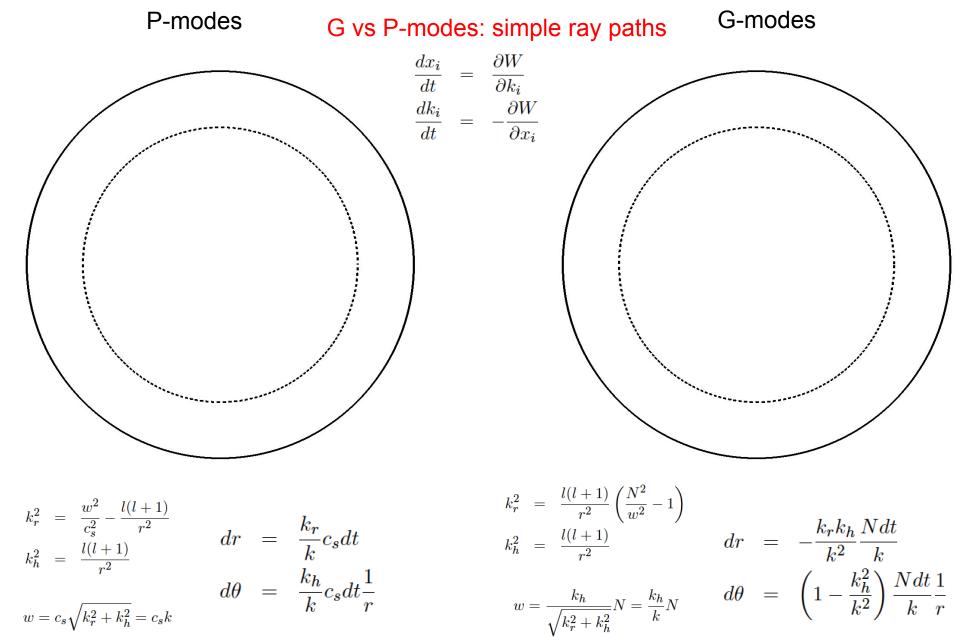


Internal Waves

3D view





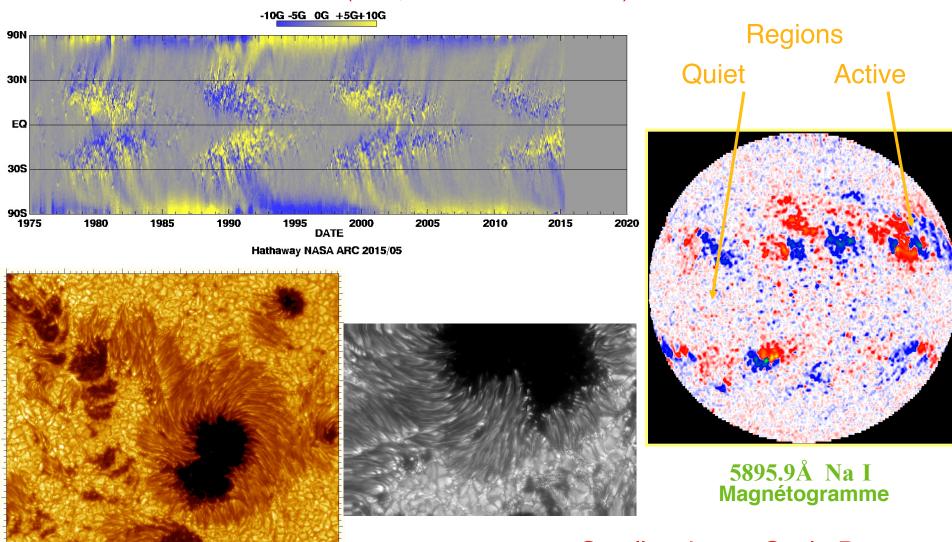


Note: the Eikonal equation allowing to compute the ray paths are indept of I for g-modes, hence changing the order I does not change the ray path (does change the wave speed) a Control banging the frequency does.

 $w = c_s \sqrt{k_r^2 + k_h^2} = c_s k$

Magnetic Solar Cycle

(HAO, SST & Mt Wilson Data)

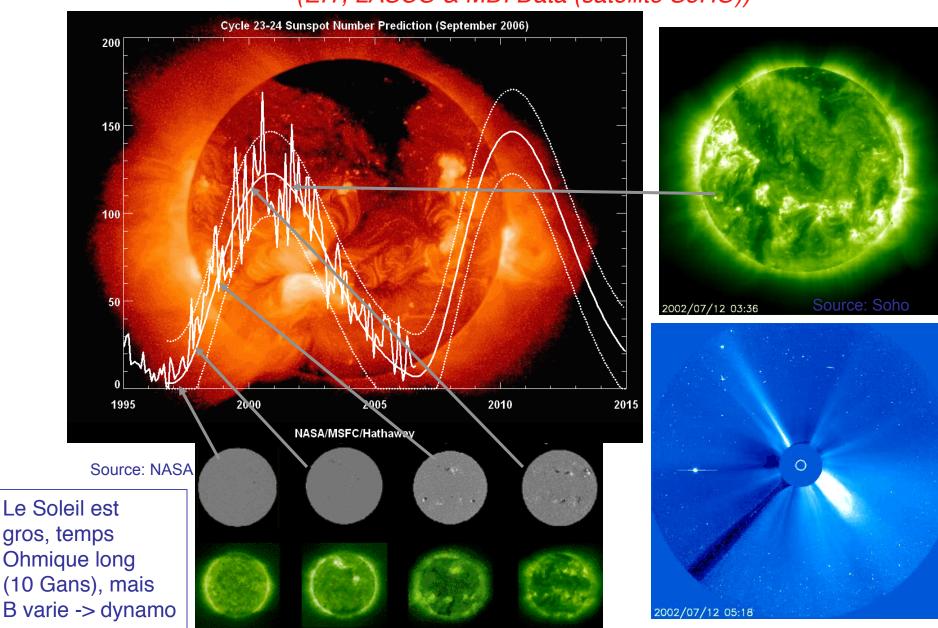


Small vs Large Scale Dynamos

Wide range of dynamical scales!

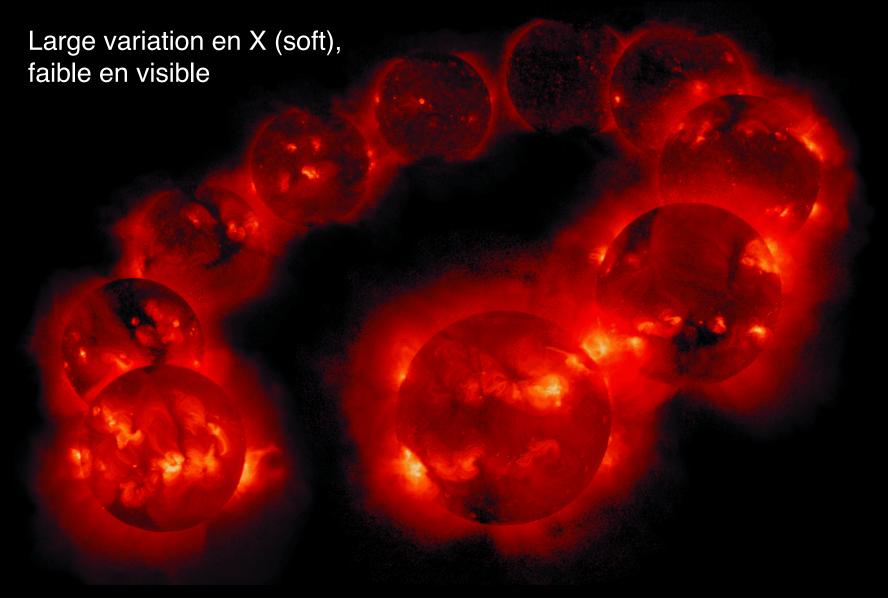
Solar Magnetic cycle 23-24 http://sohowww.estec.esa.nl/

(EIT, LASCO & MDI Data (satellite SoHO))

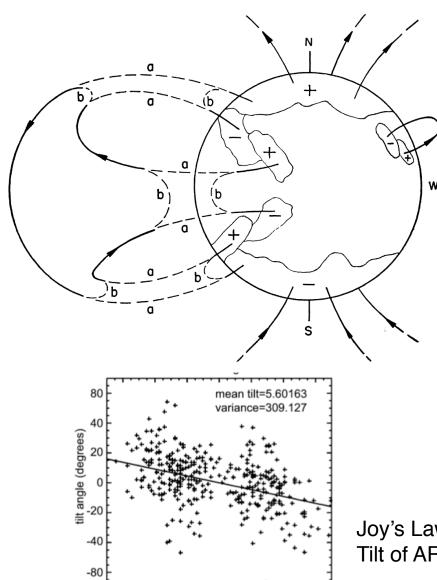


Dr. A.S. Brun, UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/15

Solar Cycle 22 (Yohkoh data) http://www.lmsal.com/SXT/homepage.html



Babcock-Leighton Mechanism and Polar Cap Reversal



-0.2 0.0

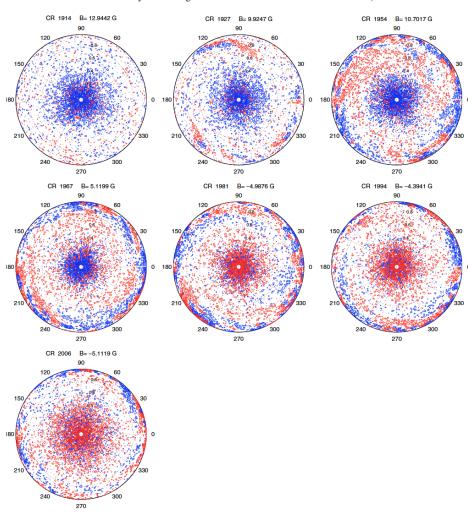
sin(latitude)

0.2

0.4

0.6

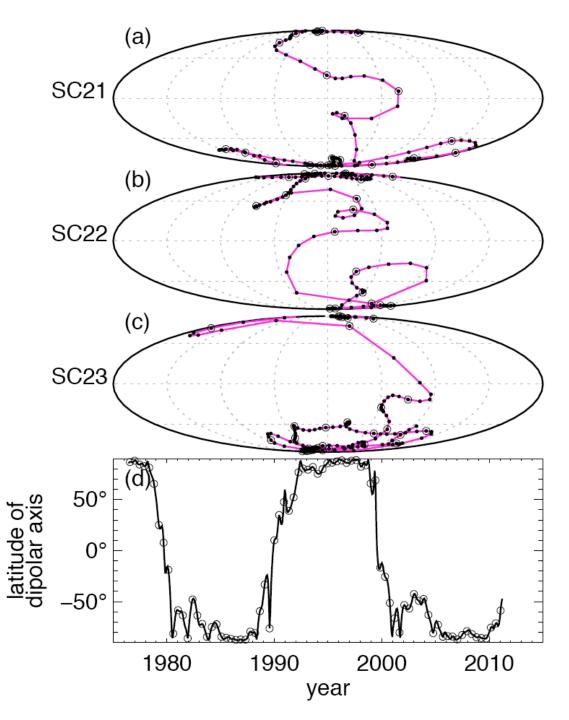
-0.4



Joy's Law Tilt of AR

How important is it to get the 11yr dynamo?

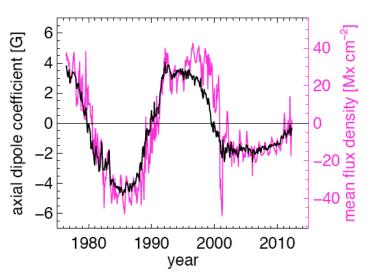
1. UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/15



Last 3 solar reversals:

Takes about 1 to 2 years to reverse

No sign of excursion in the Sun

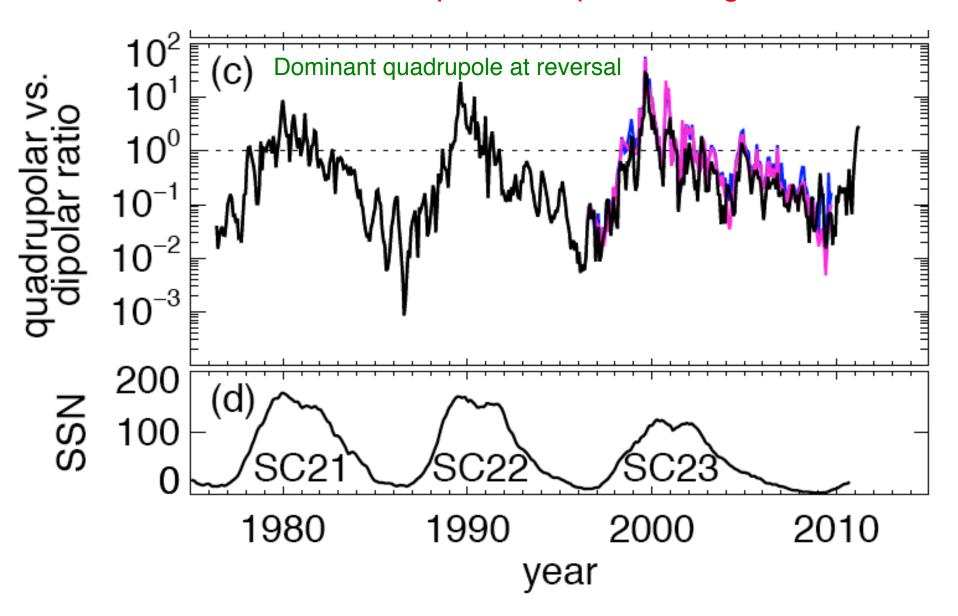


Dipole reverses ahead of full field

Derosa, Brun, Hoeksema 2011, 2012

torin – 18/10/15

Quadrupole vs Dipole Strength



Assessing Symmetries of Induction Equation

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \eta \Delta \mathbf{B}$$

Knowing that vectorial product and curl change vector parity, but Laplacian retains it:

If V is symmetric: V^S x B^A -> C^S so
$$\nabla \times \mathbf{C}^S \to \mathbf{D}^A$$
 V^S x B^S -> C^A so $\nabla \times \mathbf{C}^A \to \mathbf{D}^{\bar{S}}$

=> Generates fields of same family => Uncoupled Dynamo solutions (families)

If V is anti-symmetric:
$$V^A \times B^A -> C^A$$
 so $\nabla \times \mathbf{C}^A \to \mathbf{D}^{\bar{S}}$ $V^A \times B^S -> C^S$ so $\nabla \times \mathbf{C}^S \to \mathbf{D}^A$

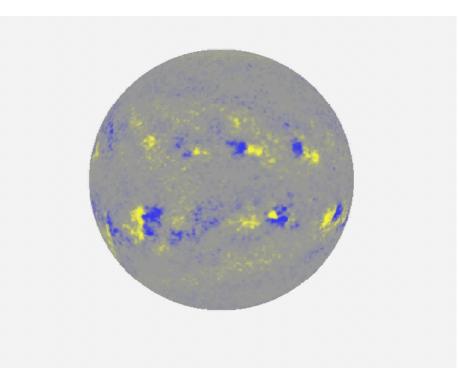
=> Generates field of the opposite family => Coupled Dynamo solutions

In current Babcock-Leigthon dynamo models ingredients yields uncoupled families

Gubbins & Zhang 1993, DeRosa, Brun & Hoeksema 2012, ApJ

Main Properties of the Solar Magnetism/Dynamo

- 1. An activity cycle of 22 yr
- 2. Small and Large scale dynamos
- 3. Butterfly diagram (Sporer's law) of the toroidal field within a latitudinal band of +/- 30 deg
- 4. Tilt of 4 to 10 deg of bipolar regions (Joy's law), opposite polarity between northern and southern hemisphere for "leading spot" (Hale's law)
- 5. Poloidal field migrating from mid latitudes towards the poles
- 6. 90 deg phase shift between polar surface field and deep toroidal field, such that the polar field reverses (- -> +) when Btor is at maximum strength (+)
- 7. Btor $\sim 10^4 10^5$ G in tachocline
- 8. Bpol ~ 10 G at poles (surface amplitude)
- 9. Quadrupole & Dipolar families excited



Minimum de Maunder (~1650-1715)

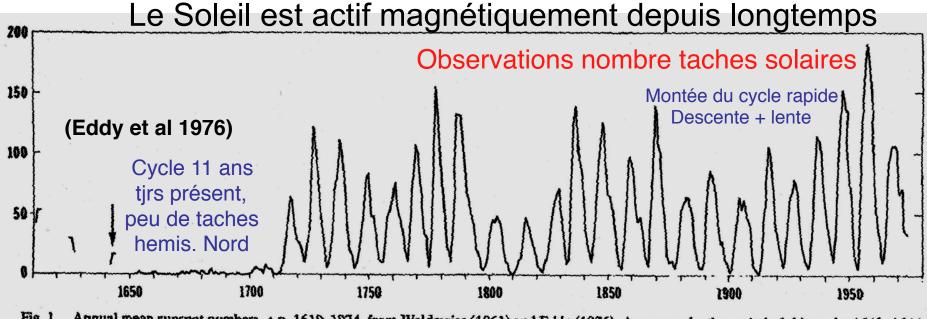
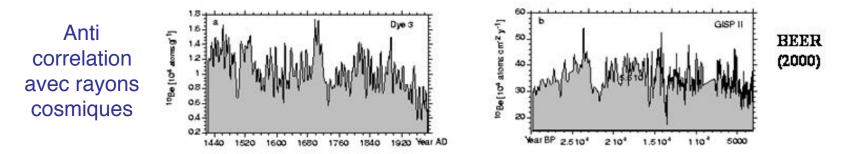


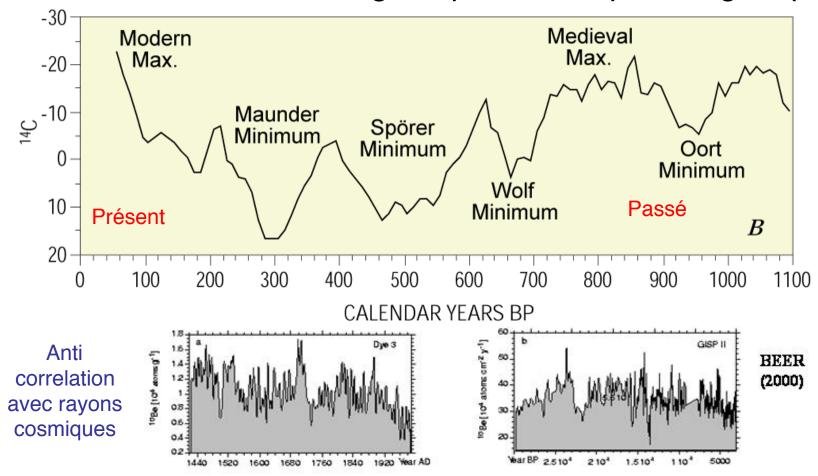
Fig. 1. Annual mean sunspot numbers, A.D. 1610-1974, from Waldmeier (1961) and Eddy (1976). Arrow marks the period of this study, 1642-1644.



Autres méthodes: Be10 (glaces en 2 ans) ou C14 (anneaux d'arbres 30 ans) Présence d'autres minima (fréq ~200 ans), ex: Sporer (1420-1530) Modulation du cycle de ~ 100 ans (cycle de Gleissberg)

Grand Minima

Le Soleil est actif magnétiquement depuis longtemps



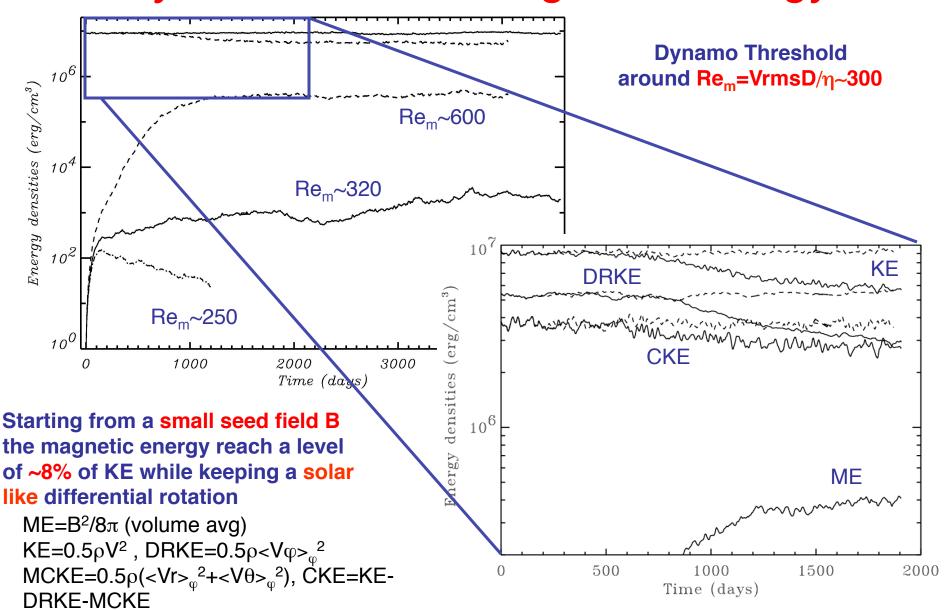
Autres méthodes: Be10 (glaces en 2 ans) ou C14 (anneaux d'arbres 30 ans) Présence d'autres minima (fréq ~200 ans), ex: Sporer (1420-1530) Modulation du cycle de ~ 100 ans (cycle de Gleissberg)

Dr. A.S. Brun, Master Modélisation et Simulations FNSTA –

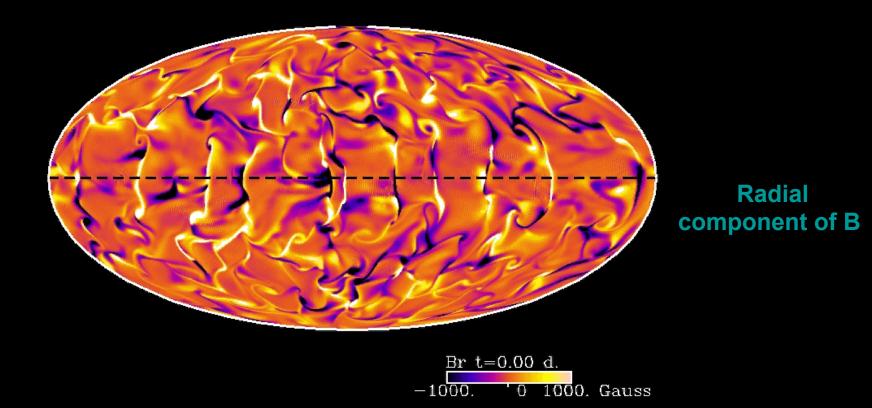
Magnetic Convection Br concentrated/in **Much less correlation** the downflows **Between horizontal components** Resolution~ 500³

Re=VrmsD/n~150,P=0.25, Pm=MAGNETIC CASE M3 (Brun, Miesch, Toomre 2004, Ap.

Dynamo Effect – Magnetic Energy

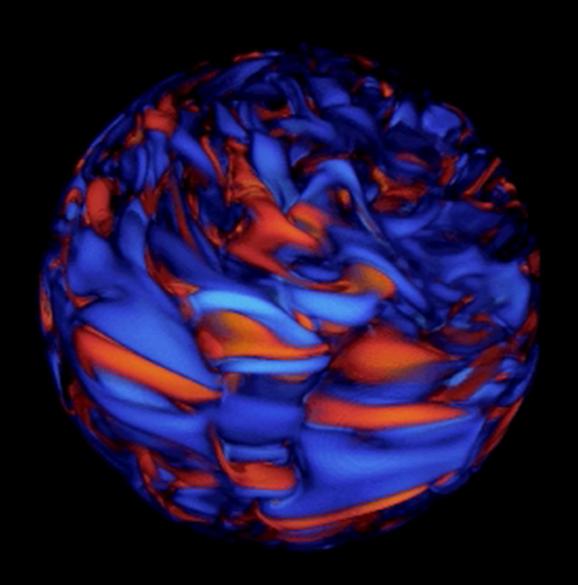


Magnetic Convection

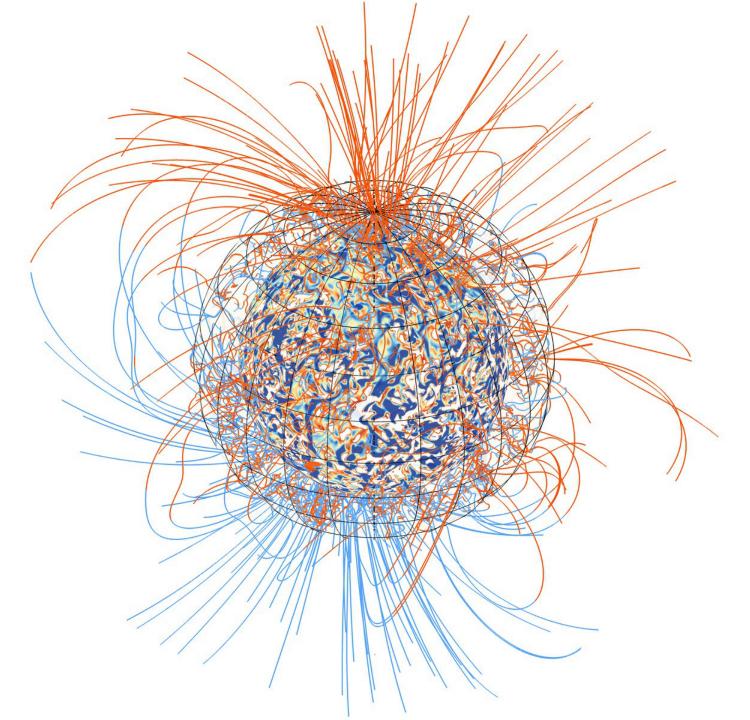


stretching and shearing of B (folding too)

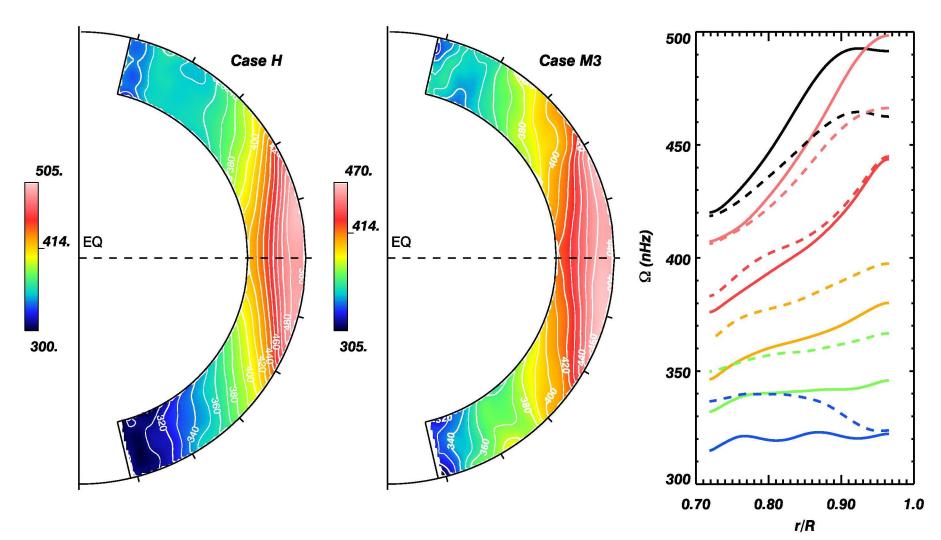
Magnetic Convection



3D View of Toroidal component of B (Brun et al. 2004) Magnetic field in a solar-like star dynamo



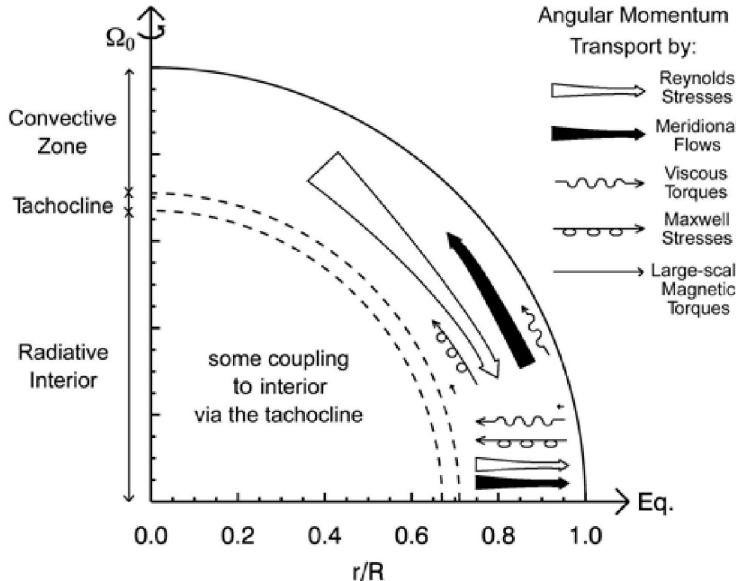
Mean Angular Velocity Ω



Initial state of differential rotation

Evolved state of differential rotation under the influence of the Lorentz force

Angular Momentum Balance in Presence of B



The transport of angular momentum by the Reynolds stresses remains at the origin of the equatorial acceleration. The Maxwell stresses seeks to speed up the poles.

GHIZARU, CHARBONNEAU, & SMOLARKIEWICZ

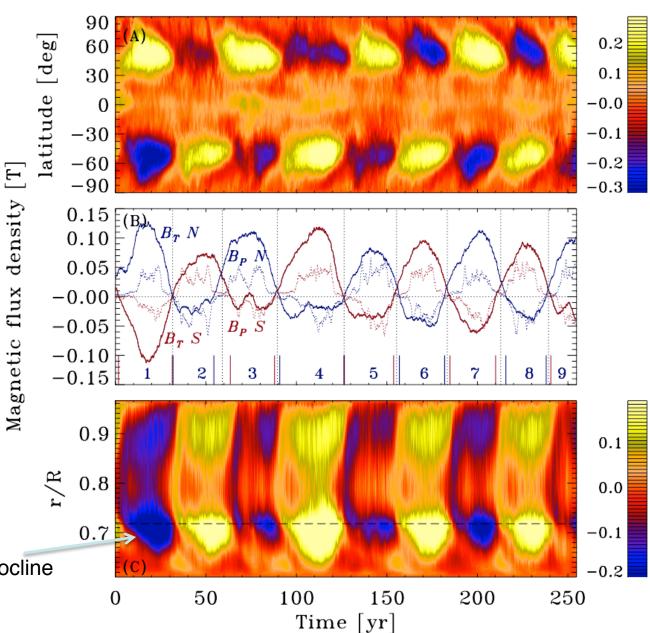
Getting Cycle in similar Models

Ghizaru et al. 2010 Racine et al. 2011 Charbonneau 2013 Bondoin et al. 2013

Model has been run for several centuries

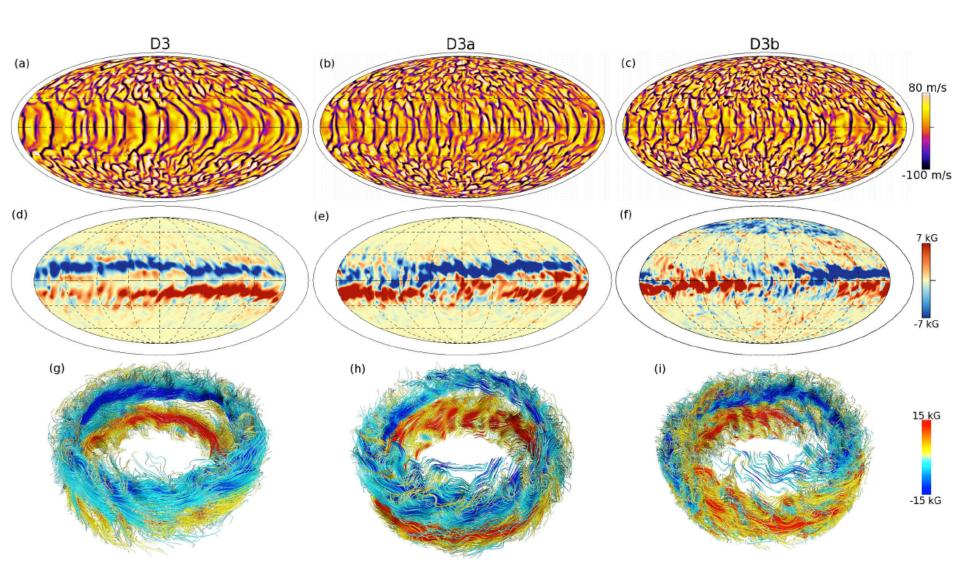
30 yr period

Turbulent pumping and shearing in imposed tachocline



Dr. A.S. Brun. UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/15

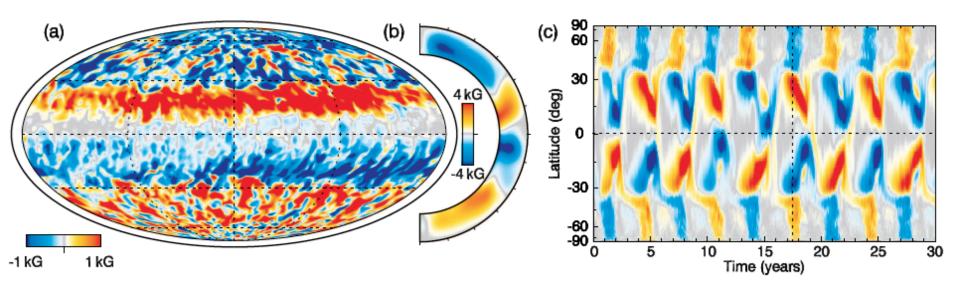
Magnetic Wreaths vs Turbulence



Nelson et al. 2013a

Dr. A.S. Brun, UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/15

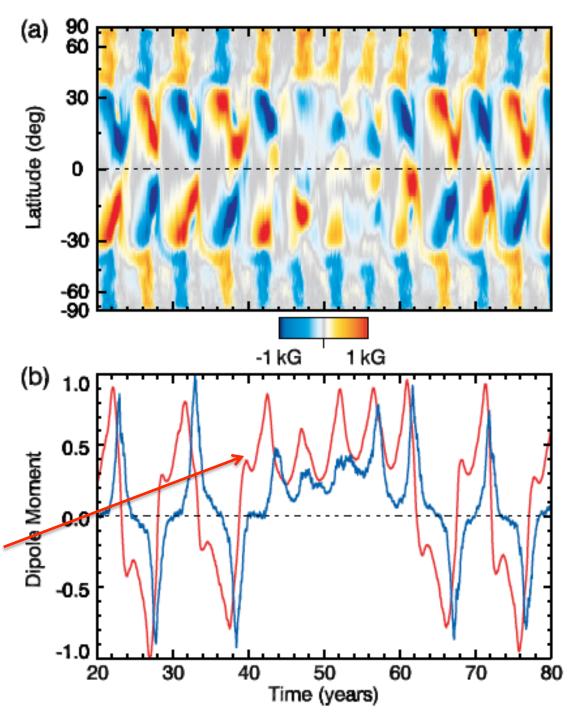
Current best solar-like case: getting cycle and equatorward branch



Reducing nu even further nu by using SLD scheme makes the simulation develop a n regular cyclic behavior

Augustson, Brun et al. 2015, ApJ, in press

Current best solar-like case Getting Maunder like minimun



Quadrupole dominates over Dipole during reversal and Grand minimum phase

Augustson, Brun et al. 2013, ApJL

Magnetic Wreath and Intermittency yielding flux emergence

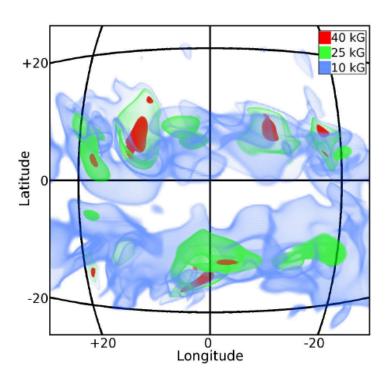


Figure 17. Three-dimensional volume renderings of isosurfaces of magnetic field amplitude in case S3. Blue surfaces have amplitudes of 10 kG, green surfaces represent 25 kG, and red surfaces indicate 40 kG fields. Grid lines indicate latitude and longitude at 0.72 R_{\odot} as they would appear from the vantage point of the viewer. Small portions of the cores of these wreaths have been amplified to field strengths in excess of 40 kG while the majority of the wreaths exhibit fields of about 10 kG or roughly in equipartition with the mean kinetic energy density (see Figure 2).

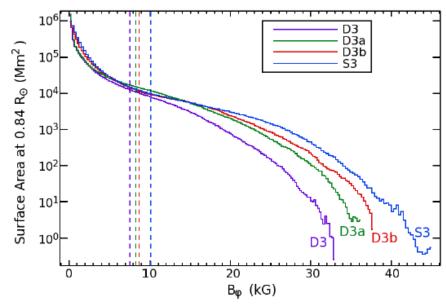
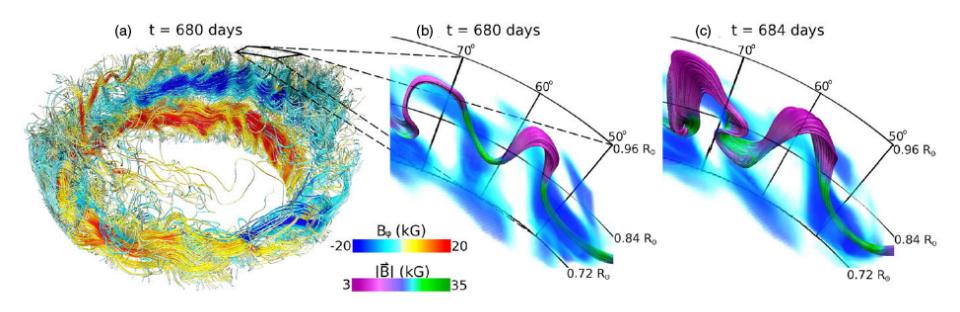


Figure 2. Probability distribution functions for unsigned B_{ϕ} at mid-convection zone for cases D3 (purple), D3a (green), D3b (red), and S3 (blue) showing the surface area covered by fields of a given magnitude. Distributions are averaged over about 300 days when fields are strong and as steady as possible. Dashed vertical lines show the field-strength at which equipartition is achieved with the maximum fluctuating kinetic energy (FKE) at mid-convection zone for each case. Case D3b shows a deficit of field in the 10 kG range, but an excess of surface area covered by extremely strong fields above 25 kG range, as well as higher peak field strengths. Case S3 shows significantly greater regions of fields in excess of 20 kG than all other cases.

Wreaths can generate Buoyant Loops



Nelson et al. 2011, 2013a, 2013b

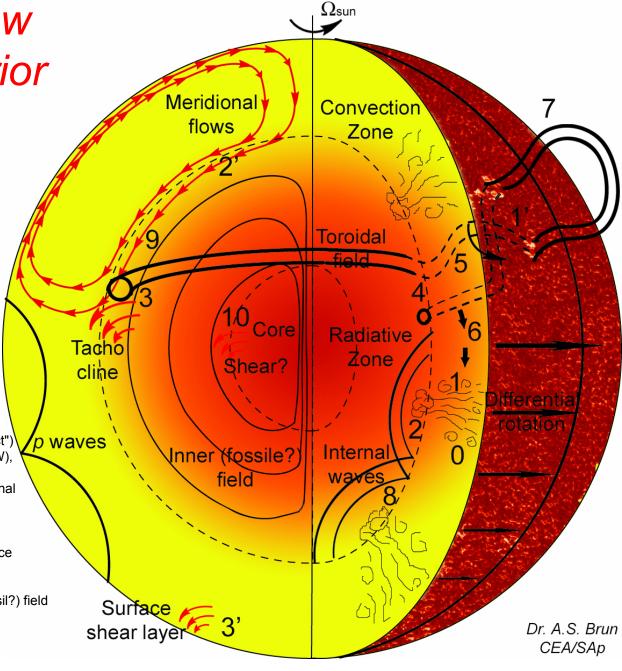
Towards getting first "spot-dynamos"...

A Theoretical View of the Sun's Interior **Dynamics**

Figure Caption:

- 0: Turbulent convection (plumes)
- 1: Generation/self-induction of B field ("alpha-effect")
- or 1': Tilt of active region, source of poloidal field
- 2: Turbulent pumping of B field in tachocline
- or 2': Transport of B field by meridional flows
- in CZ into the tachocline
- 3: Field ordering in toroidal structures by large scale (radial and latitudinal) shear in tachocline ("omega-effect")
- 3': Surface shear layer, Solar sub surface weather (SSW), surface dynamics of sun spot?
- 4: Toroidal field becomes unstable to m=1 or 2 longitudinal instability (Parker's)
- 5: Rise (lift) + rotation (tilt) of twisted toroidal structures
- 6: Recycling of weak field in CZ
- or 7: Emergence of bipolar structures at the Sun's surface

8: Internal waves propagating in RZ and possibly extracting angular momentum 9: Interaction between dynamo induced field, inner (fossil?) field in the tachocline (with shear, turbulence, waves, etc...) 10: Instability of inner field (stable configuration?) + shearing via "omega-effect" at nuclear core edge? Is there a dynamo loop realized in RZ?



International Astronomical Union Symposium 328

Living Around Active Stars

Maresias, Brazil
17-21 October, 2016
iaustars328@gmail.com

Topics

Solar and Stellar Magnetism
Irradiance and Luminosity Variations
Solar and Stellar Winds
Extreme Events (Flares and Energetic PartiHeliosphere and Astropheres
Stellar Forcing of Planetary Atmospheres
Coupled Star-Planet Evolution
Space Climate Consequences
Exoplanets
Habitability

SOC Chairs

Dibyendu Nandi (India) Sarah Gibson (USA) Pascal Petit (France)

LOC Chairs

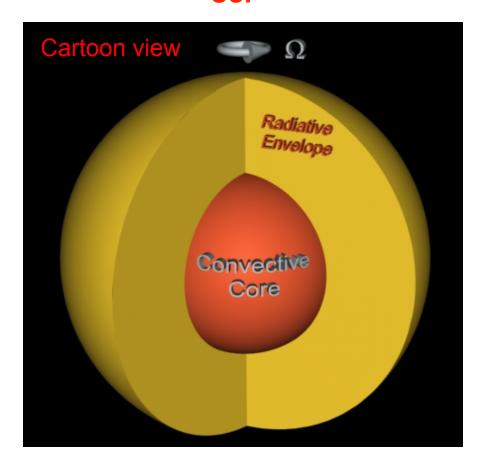
Adriana Valio Emilia Correia Alisson Dal Lago Gustavo Guerrero Jorge Lelendez

Core Convection in a 2M_{sol} Star

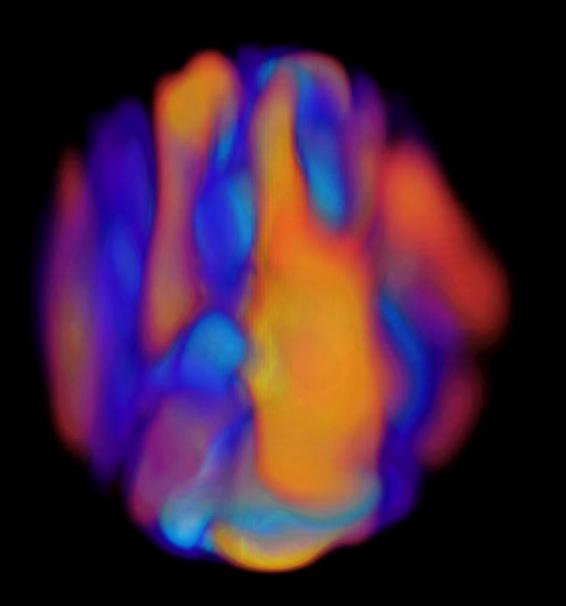
Star Properties

M=2M_{sol}, T_{eff}=8570 K R=1.9 R_{sol}, L=19 L_{sol} Ω = Ω _{sol} or P=28 days

Eq of State = Ideal Gas Law Nuclear energy source $\sim \rho e_0 T^8$ No composition gradient m Innermost Core r \sim 0.02R omitted



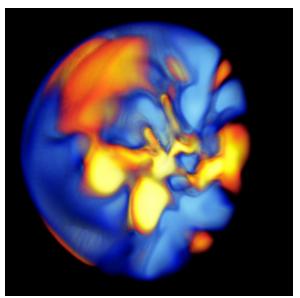
Collaboration with M. Browning & J. Toomre



3D Rendering Of Radial Velocity

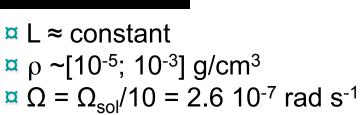
Re~140, P=0.25

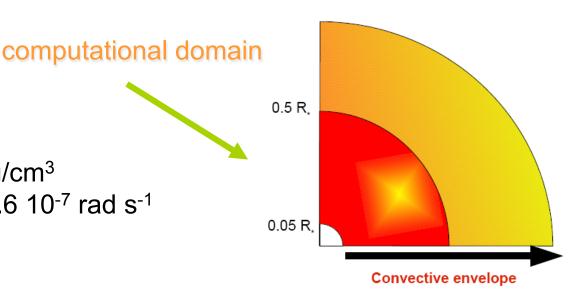
(Browning, Brun & Toomre 2004, ApJ, 601, 512)



RGB Stars

Pop II RGB star @ the "bump" $M_* = 0.8 M_{\text{W}} \quad L_* = 425 L_{\text{W}} \quad R_* = 39 R_{\text{sol}}$





Rigid stress free boundaries

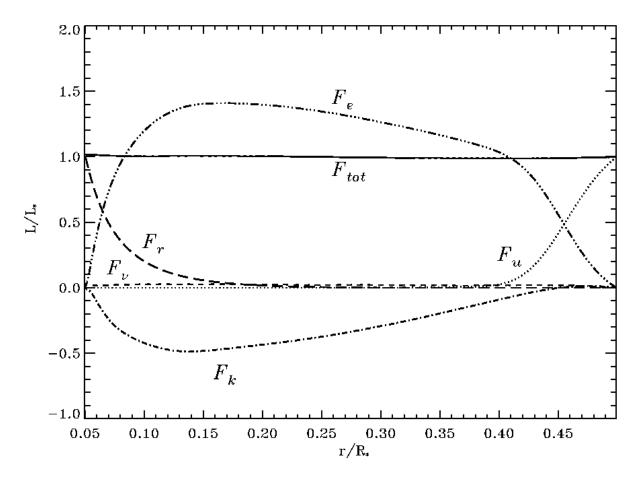
Prandtl number
$$\frac{\kappa}{v} = 1$$

Longer run over 4200 days, e.g. more than 12 rotations

Energy Budget

Convective luminosity > L_∗ to compensate the negative kinetic luminosity → differs from MLT predictions

Negative kinetic energy represents up to 50% of the flux in the inner part of the domain



Dr. A.S. Brun, UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/15

Convection in RGB Stars

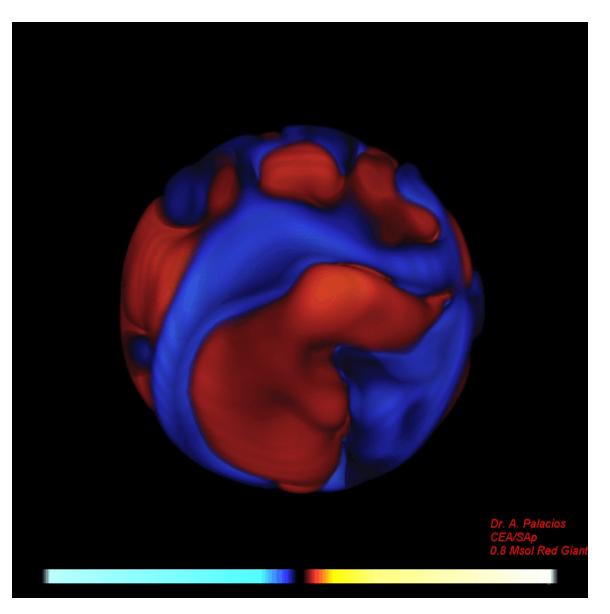
3D rendering of the radial velocity in the Mod1 Simulation.

Resolution: 400³

Prandlt number: 1

Reynolds number: 368

Palacios & Brun 2007



Vie et Mort des Etoiles: Cas 1 Msol



hydrogen fusion in its core, which converts four hydrogen nuclei into one helium nucleus. In low-mass stars, hydrogen fusion proceeds by the series of reactions known as the proton-proton chain.

Yellow main-sequence star: Star is fueled by

10 milliards d'années



Red giant star: After core hydrogen is exhausted, the core shrinks and hears. Hydrogen shell burning begins around the inset helium core, causing the star to expand into a red giant.

> Helium core-burning star: Helium lusion, in which three helium nuclei fuse to form a single carbon nucleus, begins when enough helium has collected in the core. The core then expands, slowing the fusion rate and allowing the star's outer layers to strink somewhat. Hydrogen shell burning continues at a reduced rate.

Life of a 1M_{Sun} Star.

Main sequence lifetime: 10 billion years Duration of later stages: 1 billion years

> Double shell-burning red glant: After core helium is exhausted, the core again shrinks and heats. Helium shell burning begins around the inert carbon core and the star enters its second red glant phase. Hydrogen shell burning continues.

White dwarf: The remaining white dwarf is made primarily of carbon and oxygen because the core never grew hot enough to fuse these elements into anything heavier.



Planetary nebula: The dying star expels its outer layers in a planetary nebula, leaving behind the exposed inert core.

Phase d'Evolution des Etoiles: Naines Blanches

Ces étoiles ne peuvent dépasser la masse de Chadrasekhar: 1.4 Msol

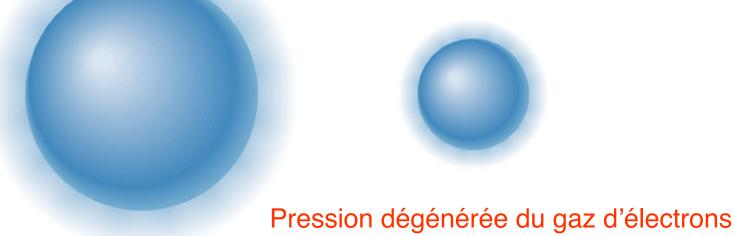


Composée principalement de C et O

soutient l'étoile contre gravité

(Rayon

plus petit)

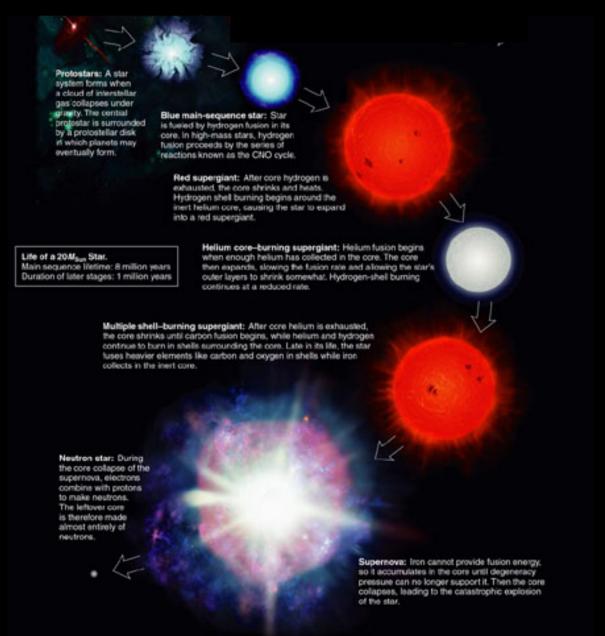


Copyright © 2004 Pearson Education, publishing as Addison Wesley.

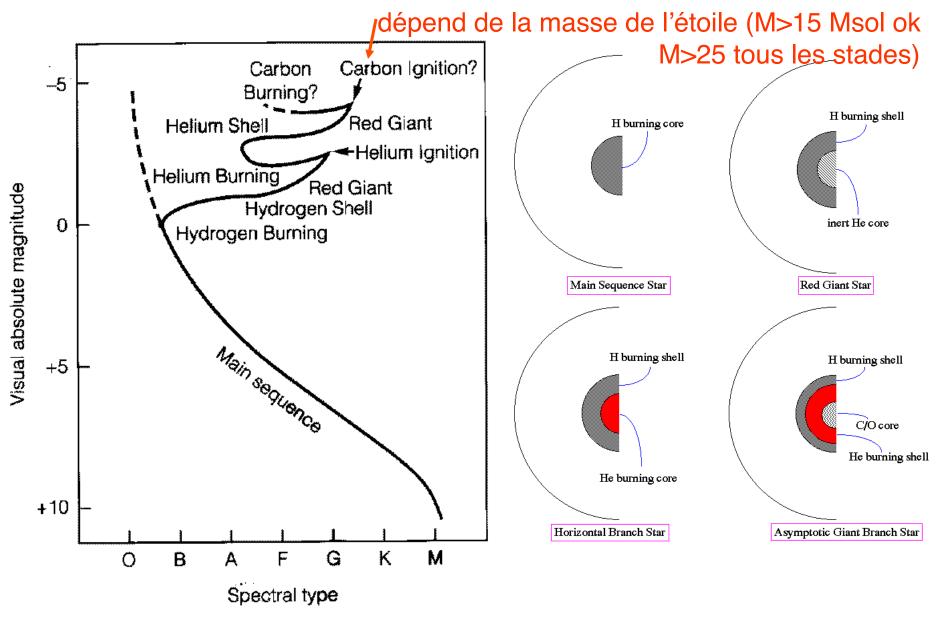
 $R \sim 10^4 \text{ km}$

Etoiles faible masse (M<3 Msol)=> naine blanche de 0.6 Msol Etoiles masse intermédiaire (3<M<9 Msol)=> naine blanche de 1 Msol

Vie et Mort des Etoiles: Cas 20 Msol

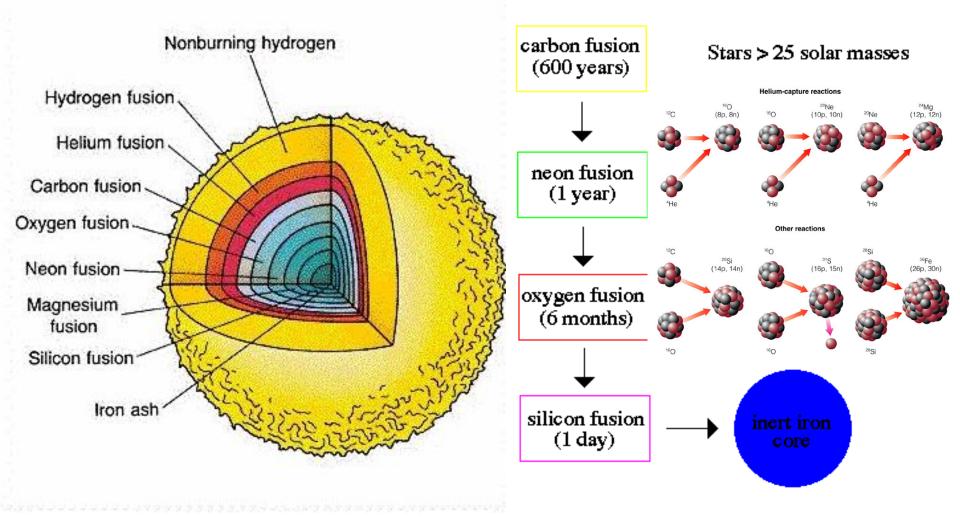


Phase d'Evolution des Etoiles: Zoom Phase Avancée



Phase d'Evolution des Etoiles: Phase Avancée cas des Etoiles Massives (M> 25 Msol)

Ces étoiles peuvent dépasser le stade du brûlage de l'hélium



Ces étoiles deviennent des étoiles à neutrons ou des trous noirs

Devenir des Etoiles Massives

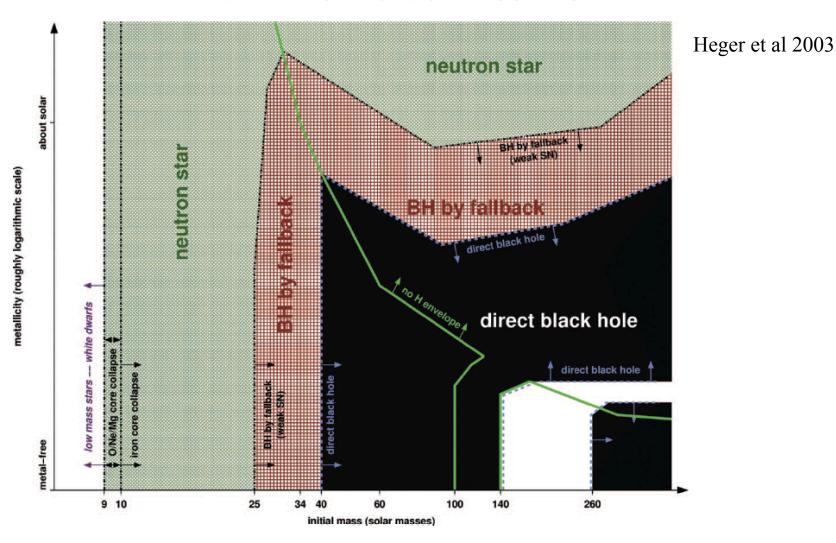
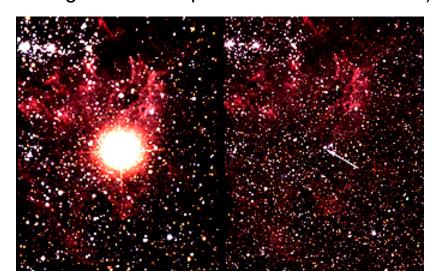
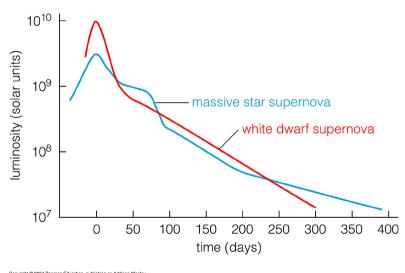


Fig. 1.—Remnants of massive single stars as a function of initial metallicity (y-axis; qualitatively) and initial mass (x-axis). The thick green line separates the regimes where the stars keep their hydrogen envelope (left and lower right) from those where the hydrogen envelope is lost (upper right and small strip at the bottom between 100 and 140 M_{\odot}). The dashed blue line indicates the border of the regime of direct black hole formation (black). This domain is interrupted by a strip of pair-instability supernovae that leave no remnant (white). Outside the direct black hole regime, at lower mass and higher metallicity, follows the regime of BH formation by fallback (red cross-hatching and bordered by a black dot-dashed line). Outside of this, green cross-hatching indicates the formation of neutron stars. The lowest mass neutron stars may be made by O/Ne/Mg core collapse instead of iron core collapse (vertical dot-dashed lines at the left). At even lower mass, the cores do not collapse and only white dwarfs are made (white strip at the very left).

Phase d'Evolution des Étoiles Massives: SuperNovae Deux types:

- SN Ia:These result in some <u>binary star</u> systems in which a carbon-oxygen <u>white dwarf</u> is accreting matter from a companion. (What kind of companion star is best suited to produce Type Ia supernovae is hotly debated.) In a popular scenario, so much mass piles up on the white dwarf that its core reaches a critical density of 2 x 10⁹ g/cm³. This is enough to result in an uncontrolled fusion of carbon and oxygen, thus detonating the star. No Hydrogen lines
- SN II: These supernovae occur at the end of a massive star's lifetime, when its nuclear fuel is exhausted and it is no longer supported by the release of nuclear energy. If the star's iron core is massive enough then it will collapse and become a supernova. Hydrogen lines (but if massive star has already got rid of its envelope, then no H, then named SN1b even though it is the explosion of a massive star)



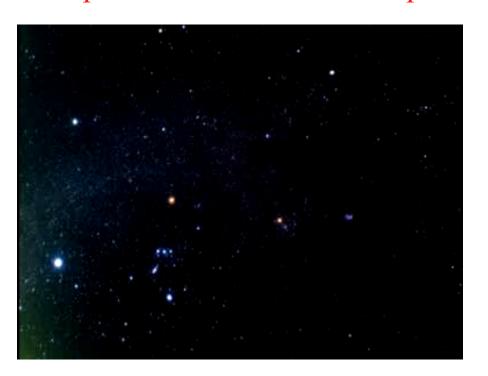


Ces étoiles deviennent des étoiles à neutrons ou des trous noirs

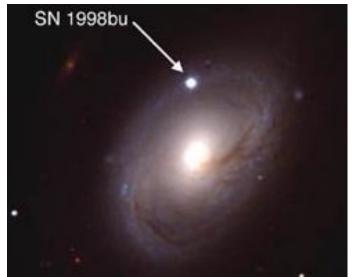
SN1987A

Quid des <u>hypernovae</u>? Etoiles très massives > 25 ne soufflant par leur enveloppe, liées aux sursauts-gamma

Supernova et Résidus de Supernovae: Nébuleuse du Crabe







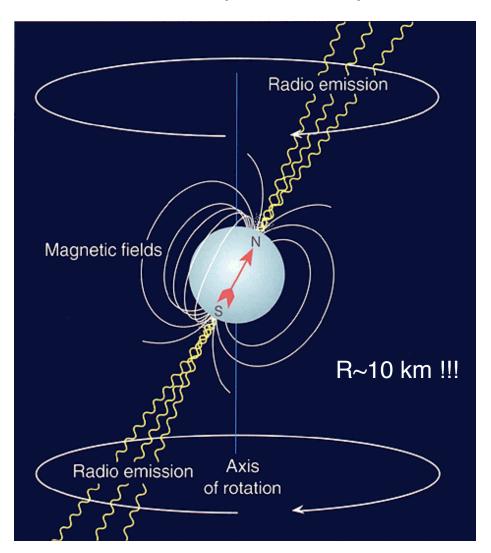


Explosion de Supernovae

Dr. A.S. Brun, UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/15

Phase d'Evolution des Etoiles: Etoiles à Neutrons

Ces étoiles ne peuvent dépasser la masse d'Openheimer-Volkoff: ~3 Msol



Pression dégénérée du gaz de neutrons soutient l'étoile contre gravité



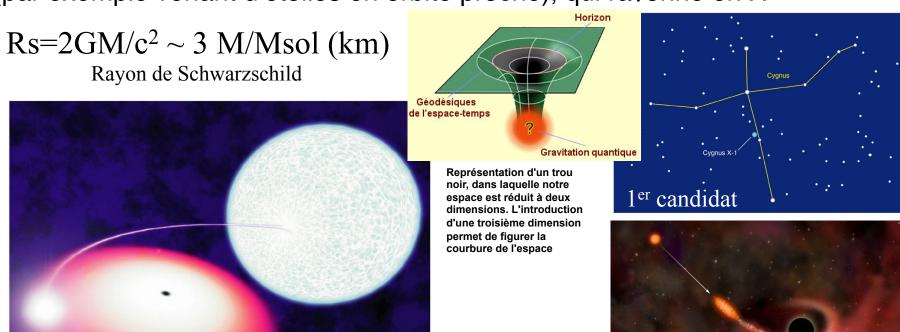
Pulsar du Crabe

Certaines deviennent des pulsars

Phase d'Evolution des Etoiles: Trous Noirs

Les trous noirs doivent dépasser la masse d'Openheimer-Volkoff: ~3 Msol La pression dégénérée des neutrons n'est plus suffisante pour s'opposer à l'effondrement du cœur stellaire.

L'attraction est telle que même la lumière ne peut s'échapper! Il se crée alors un horizon (Rhoriz=Rs)! On ne peut voir un trou noir que de façon indirecte, via le disque d'accrétion de la matière tombant sur lui (par exemple venant d'étoiles en orbite proche), qui ravonne en X



Dr. A.S. Brun, UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/15

Une étoile absorbée par un trou noir (Vue d'artiste)

Disgue d'accrétion autour d'un trou noir (Vue d'artiste)

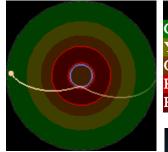
Copyright © 2004 Pearson Education, publishing as Addison Wesley

Phase d'Evolution des Etoiles: Trous Noirs

Il y a plusieurs types de Trous Noirs: Schwartzschild, de Kerr (en rotation), de Reissner-Nordstrom (chargé) et de Kerr-Newman (en rotation et chargé). Leur masse M, moment cinétique J et charge Q (selon le cas considéré) suffit à les charactériser.

Une rotation et/ou une charge non nulle compléxifie la métrique du trou noir. Il apparait alors un 2 eme horizon (on parle d'interne et externe) et la notion de trou de ver et de trou blanc. Cependant une instabilité à l'horizon interieurdétruit généralement le tunnel.

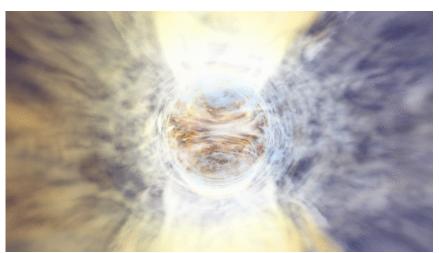




Color	Zone			
Green	Stable circular orbits			
Yellow	Unstable circular orbits			
Orange	No circular orbits			
Red lines Horizons				
Red	Between horizons			

Reissner-Nordstrom

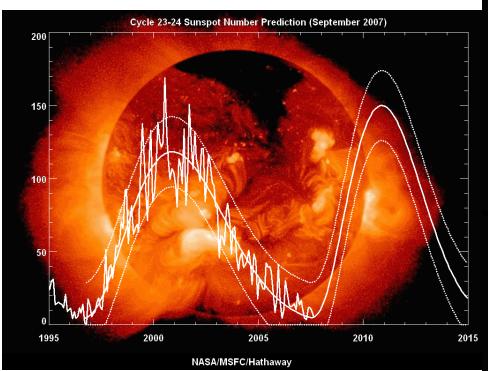
Voyage à travers un trou noir de Reissner-Nordstrom



NewScientist

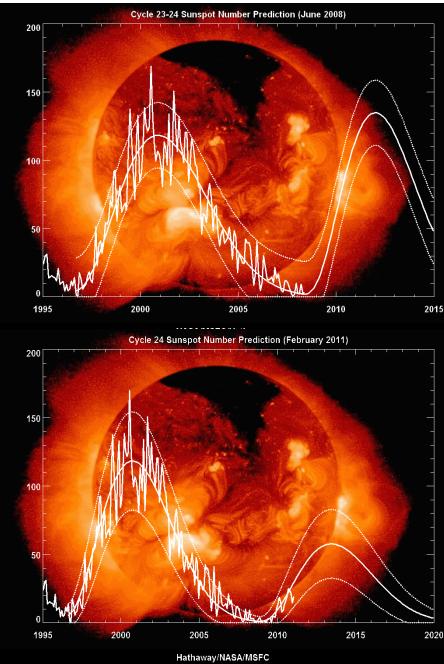
Journey through a wormhole

Difficulty of Prediction!



(Hathaway)
Next Solar Max: Shifted by 2-3 yr & -70%
Only amplitude and timing of cycle,
not spatial structure!

Dr. A.S. Brun, University Fall School, Santorin = 18/10/15



Dérivation des Equations du Mouvement des Fluides et des Plasmas

Hiérarchie des Différentes Théories

Peut on tjrs passer du niveau 0 à 1? Non si les effets quantiques sont importants, les e- dans les métaux, l'équation d'état des naines blanches par exemple.

$$\lambda = h/p \sim h/\sqrt{mk_BT}$$

Par contre si les paquets d'ondes ne se superposent pas (afin de réduire les interférences quantiques), se qui se traduit par:

$$hn^{1/3}/\sqrt{mk_BT} \ll 1$$
, avec n la densité des particules

Théorème d' Ehrenfest: si cette inégalité est satisfaite les paquets d' ondes se comportent comme des particules classiques.

Intégrale de Collisions, Equation de Boltzmann

Collisions dans un gaz dilué neutre: (na³ << 1, n densité de particules, a rayon)

Dans un gaz neutre il n' y pas d'interactions longues distances comme dans les plasmas, les particules interagissent uniquement quand elles se rencontrent (collision), c.a.d. quand leur séparation est < 2a. Une particule se déplace librement en ligne droite entre chaque collision (cf. graphique).

Note: dans un gaz dilué on peut négliger les collisions multiples.

La distance moyenne parcourue est appelée le libre parcours moyen:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi a^2} \Longrightarrow \lambda \Longrightarrow a$$

D' après l' équation de Boltzmann sans collision, il est clair qu $f(\vec{x}, \vec{u}, t)$ ne change pas si les collisions sont absentes. Par contre $f(\vec{x}, \vec{u}, t)$ peut changer si

- 1) Certaines particules avec une vitesse change leur vitesse après collisions, donc f décroit
- 2) Certaines particules avec des vitesses différentes de , change pour un vitesse , donc f croit.

Nous devons donc modifier l'équation de Boltzmann pour prendre en compte cette variation:

$$\frac{Df}{Dt}d^3xd^3u = -C_{out} + C_{in},$$

avec C_{in} et C_{out} les intégrales de collisions. Supposons que 2 particules avec vitesses u et u₁ changent u' et u₁ après une collision. On peut déduire une expression pour l'intégrale de collision et on obtient alors l'équation de Boltzmann (avec collisions):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} f + \frac{\vec{F}}{m} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} f = \int d^3 u_1 \int d\Omega |\vec{u} - \vec{u}_1| \sigma(\Omega) (f f_1' - f f_1)$$

$$f = f(\vec{x}, \vec{u}, t) \quad f' = f(\vec{x}, \vec{u}', t) \quad f_1 = f(\vec{x}, \vec{u}_1, t) \quad f_1' = f(\vec{x}, \vec{u}_1', t)$$

Equations d' Euler et de Navier-Stokes

Les collisions jouent un rôle important pour établir un comportement fluide on peut s'attendre à ce que les distributions soient Maxwelliennes.

$$\begin{split} P_{ij} &= p\delta_{ij} \quad p = nk_BT \ , \ q = 0 \qquad P_{ij}\Lambda_{ij} = 0.5p\delta_{ij} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) = p\vec{\nabla}\cdot\vec{v} \\ \frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) &= 0 \qquad \begin{array}{l} \text{Nombre de Knudsen} \\ \text{K = λ / L, si K <<1 alors approache fluide valide} \\ \frac{\partial v_j}{\partial t} + v_i\frac{\partial v_j}{\partial x_i} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\rho}{m}F_j \ , \ \rho\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + v_i\frac{\partial \epsilon}{\partial x_i}\right) + p\vec{\nabla}\cdot\vec{v} = 0 \end{split}$$

Rem: 5 var = 5 eq, nous avons donc obtenu une théorie dynamique. Mais q=0 (pas de flux de chaleur) et Pij est diagonal, donc pas de viscosité, ce n' est donc pas totalement un fluide....

Il est nécessaire de considérer des écart à la distributions Maxwelliennes afin de développer une théorie des processus de transport: $P_{ij} = p\delta_{ij} + \pi_{ij} \qquad \pi_{ij} = -2\mu[\Lambda_{ij}\Lambda_{ij} - 1/3(\vec{\nabla}\cdot\vec{v})^2]$

$$rac{\partial}{\partial t}
ho + rac{\partial}{\partial x_i}(
ho v_i) = 0$$
 (cas μ cst) $ec{q} = -K ec{
abla} T$

$$\rho\left(\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left[\nabla^2 v_j + 1/3 \frac{\partial}{\partial x_j} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v})\right] + \frac{\rho}{m} F_j$$

$$\rho\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + v_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i}\right) - \vec{\nabla} \cdot (K\vec{\nabla}T) + p\vec{\nabla} \cdot \vec{v} - 2\mu [\Lambda_{ij}\Lambda_{ij} - 1/3(\vec{\nabla} \cdot \vec{v})^2] = 0$$

Cas des Plasmas (g < 1)

Interactions entre particules chargées plus compliqué à traiter. Collisions ions-neutres, similaire au cas neutres-neutres, par contre les collisions ions-ions, font intervenir la force de Coulomb. Le rôle des interactions longues distances p/r aux interactions courtes portées (assimilées à des collisions) et crucial pour déterminer le comportement du plasma (le parametre plasma g est utile pour évaluer cela). Il peut y avoir des mouvements collectifs des particules, comme des oscillations plasmas (g petit, plasma à faible densité), et toute un nouvelle gamme d'instabilités.

Longueur de Debye:
$$\lambda_D = \left(\frac{k_B T}{8\pi n e^2}\right)^{1/2}$$

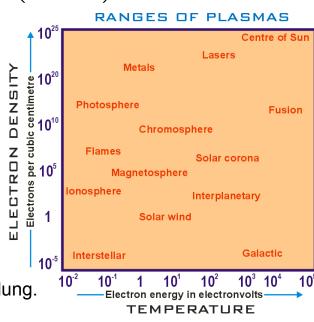
 $n\lambda_D^3$ particules interagissent dans un volume de Debye. Les effets d'écrantage font qu'au dela de la longueur de Debye, le plasma peut etre considéré comme neut

Fréquence plasma:
$$\omega_n = \left(\frac{4\pi ne^2}{m}\right)$$

Fréquence plasma: $\omega_p = \left(\frac{4\pi ne^2}{m_o}\right)^{1/2}$ Paramètre Plasma: g

Pas de séparation de charges au delà de λ_D ou plus longtemps que $1/\omega_D$. Le comportement macroscopique d'un plasma est différent de celui d'un fluide, est le fait qu'une force électromotrice appliqué à un plasma peut générer de large courant en faisant circuler les ions et les e- en sens opposé. Des plasmas peuvent donc soutenir de large courant tout en étant quasi-neutre.

La collision de particules chargées générent un rayonnement Bremsstrahlung. Rayt Synchotron (part spirale autour d'une ligne de champ B)



Earth's Log T (in K) Dr. A.S. Brun. UnivEarths Fall School, Santorin – 18/10/1

Trajectoire plus lisse Car les particules chargées dans un plasma interagissent

en moyenne de plus loin,

donc effets plus faible.

MHD Turbulence

Les fluides ordinaires non magnétiques sont connus pour devenir turbulents à grand nombre de Reynolds Re= V L / v , avec V et L une vitesse et une longueur caractéristiques de l'écoulement et v sa viscosité cinétique.

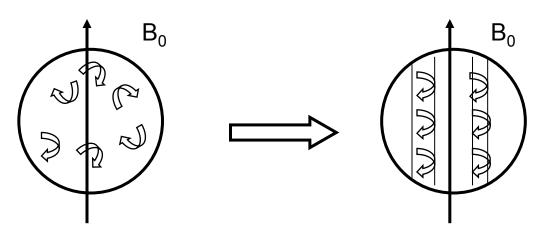
On s'attend à ce qu'il en soit de même pour un fluide conducteur mais les évidences expérimentales sont rares (expérience dynamo VKS2 à Cadarache), alors qu'elles sont nombreuses en astrophysique.

Définissons les nombres de Lundquist S = L V_a/η (vitesse d'Alfven V_a =B/(4 $\pi\rho$)^{1/2}) et de Reynolds magnétique Rm = L V / η

Un S>>1 signifie que la résistance est faible, mais le système peut bien ne pas être turbulent! Seulement quand les vitesses fluides deviennent grandes soit dans la phase non linéaire d'une instabilité soit par un forçage extérieur Rm devient grand et le système turbulent.

La turbulence MHD se trouve donc dans les systèmes fortement dynamiques tels que les tokamaks, les éruptions ou la convection solaires.

Influence of an Imposed Field on Turbulence



Cas β << 1 Couronne solaire, tokamaks

Quelques soient les conditions intiales, et pour n'importent quelles valeurs de Rm, l'écoulement évolue vers un état anisotrope aligné selon B₀:

$$u_{perp} = u_{perp}(x_{perp})$$
, $H_{//} = H_{//}(0)$ et $H_{perp} = u_{//} = b = J = 0$

Si $\beta >> 1$, la pression du gaz dominant la pression magnétique (interieur du Soleil), le champ magnétique est plus isotrope et fluctue dans toutes les directions pas seulement perpendiculairement au champ imposé.

MHD Turbulence

Les fluides ordinaires non magnétiques sont connus pour devenir turbulents à grand nombre de Reynolds Re= V L / v , avec V et L une vitesse et une longueur caractéristiques de l'écoulement et v sa viscosité cinétique.

On s'attend à ce qu'il en soit de même pour un fluide conducteur mais les évidences expérimentales sont rares (expérience dynamo VKS2 à Cadarache), alors qu'elles sont nombreuses en astrophysique.

Définissons les nombres de Lundquist S = L V_a/η (vitesse d'Alfven V_a =B/(4 $\pi\rho$)^{1/2}) et de Reynolds magnétique Rm = L V / η

Un S>>1 signifie que la résistance est faible, mais le système peut bien ne pas être turbulent! Seulement quand les vitesses fluides deviennent grandes soit dans la phase non linéaire d'une instabilité soit par un forçage extérieur Rm devient grand et le système turbulent.

La turbulence MHD se trouve donc dans les systèmes fortement dynamiques tels que les tokamaks, les éruptions ou la convection solaires.

Spectre de Kolmogorov (hydro), large Re

Spectre Turbulent (MHD), larges Re, Rm

$$E_{k} = E_{cin_k} \sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$
 $E_{k} = E_{cin_k} + E_{mag_k} \sim (\varepsilon v_{A})^{1/2} k^{-3/2}$

ε taux de transfer d'energie (cst entre echelle k) et v_A vitesse d'Alfven

Spectre et Cascade d' Energie

The equations that describe the dynamics of an incompressible conducting fluid coupled to a magnetic field in the MHD approximation are given by

$$\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{b} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}, \tag{1}$$

$$\partial_t \mathbf{b} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{u} + \eta \nabla^2 \mathbf{b}, \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{b} = 0,$$
 (3)

Let's use a Fourier representation

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \widetilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad \widetilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{u}(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{x}^3$$

and

$$\mathbf{b}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \widetilde{\mathbf{b}}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad \widetilde{\mathbf{b}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{b}(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{x}^3,$$

And use a shell filter (mode is in [K,K+1]), scale K-1

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{K} \mathbf{u}_{K}(x), \quad \mathbf{b}(\mathbf{x}) = \sum_{K} \mathbf{b}_{K}(x),$$

where

$$\mathbf{u}_{K}(x) = \sum_{K < |\mathbf{k}| \leq K+1} \widetilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}},$$

and similarly for the field b,

$$\mathbf{b}_{K}(x) = \sum_{K < |\mathbf{k}| \leq K+1} \widetilde{\mathbf{b}}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}.$$

Work by Pouquet, Minimi, Alexakis

Simple case of imcompressible Forced MHD turbulence

The evolution of the kinetic energy in a shell K, $E_u(K) = \int \mathbf{u}_K^2 / 2 dx^3$ is given by

$$\partial_t E_u(K) = \int \sum_{Q} \left[-\mathbf{u}_K \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u}_Q + \mathbf{u}_K \cdot (\mathbf{b} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{b}_Q \right] - \nu |\nabla \mathbf{u}_K|^2 + \mathbf{f} \cdot \mathbf{u}_K d\mathbf{x}^3, \tag{4}$$

and for the magnetic energy $E_b(K) = \int \mathbf{b}_K^2/2dx^2$ we obtain

$$\partial_t E_b(K) = \int \sum_{Q} \left[-\mathbf{b}_K \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{b}_Q + \mathbf{b}_K \cdot (\mathbf{b} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u}_Q \right] - \eta |\nabla \mathbf{b}_K|^2 d\mathbf{x}^3.$$
 (5)

$$\partial_t E_u(K) = \sum_{Q} \left[\mathcal{T}_{uu}(Q,K) + \mathcal{T}_{bu}(Q,K) \right] - \nu \mathcal{D}_u(K) + \mathcal{F}(K),$$

Compact notation (6)

$$\partial_t E_b(K) = \sum_Q \left[\mathcal{T}_{ub}(Q, K) + \mathcal{T}_{bb}(Q, K) \right] - \eta \mathcal{D}_b(K). \tag{7}$$

Here we have introduced the functions $T_{uu}(Q,K)$, $T_{ub}(Q,K)$, $T_{bb}(Q,K)$, and $T_{bu}(Q,K)$, which express the energy transfer between different fields and shells.

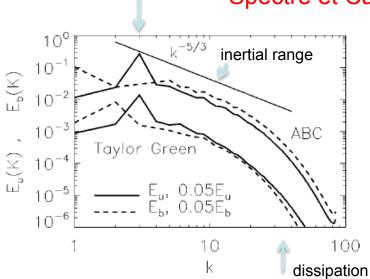


FIG. 1. Spectra of kinetic energy (solid line) and magnetic energy (dashed line) of the ABC and Taylor-Green runs, where the Taylor-Green spectra have been shifted down by a factor of 20 for clarity. The Kolmogorov slope is showed as a reference. Note that the magnetic Prandtl number $P_M \equiv v/\eta$ differs for the two runs.

$$\partial_{t}E_{u}(K) = \sum_{Q} \left[\mathcal{T}_{uu}(Q,K) + \mathcal{T}_{bu}(Q,K) \right] - \nu \mathcal{D}_{u}(K) + \mathcal{F}(K),$$

$$\mathcal{T}_{uu}(Q,K) \equiv -\int \mathbf{u}_{K}(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}_{Q}d\mathbf{x}^{3}. \quad \mathcal{T}_{bu}(Q,K) \equiv \int \mathbf{u}_{K}(\mathbf{b} \cdot \nabla)\mathbf{b}_{Q}d\mathbf{x}^{3}.$$

$$\partial_{t}E_{b}(K) = \sum_{Q} \left[\mathcal{T}_{ub}(Q,K) + \mathcal{T}_{bb}(Q,K) \right] - \eta \mathcal{D}_{b}(K). \tag{7}$$

Here we have introduced the functions $T_{uu}(Q,K)$, $T_{ub}(Q,K)$, $T_{bb}(Q,K)$, and $T_{bu}(Q,K)$, which express the energy transfer between different fields and shells.

$$\mathcal{T}_{ub}(Q,K) \equiv \int \mathbf{b}_{\mathbf{K}}(\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{u}_{\mathbf{Q}} d\mathbf{x}^3$$
. $\mathcal{T}_{bb}(Q,K) \equiv -\int \mathbf{b}_{\mathbf{K}}(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{b}_{\mathbf{Q}} d\mathbf{x}^3$,

Table 1. Cascade directions of the ideal invariants comparing MHD and Navier-Stokes turbulence

	3-D		2-D	
MHD	E_k K_k H_k^M	direct direct inverse	$E_k \ K_k \ H_k^{\psi}$	direct direct inverse
Navier-Stokes	E_{k}^{V} H_{k}	direct direct	$\frac{E_k^V}{\Omega_k}$	inverse direct

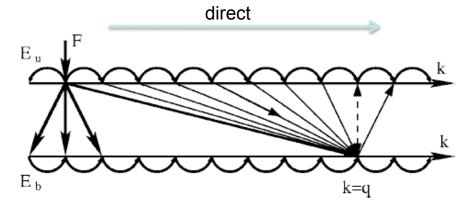


FIG. 14. A sketch of the energy transfer between different scales and different fields. The thickness of the lines is an indication of the magnitude of the transfers. The figure illustrates how energy is transferred to magnetic modes with wave number k=q in the inertial range. The transfer between same fields is always local and direct. Each magnetic mode receives energy from all larger-scale velocity modes and gives to slightly smaller-scale velocity modes.

Reversals vs Excursions

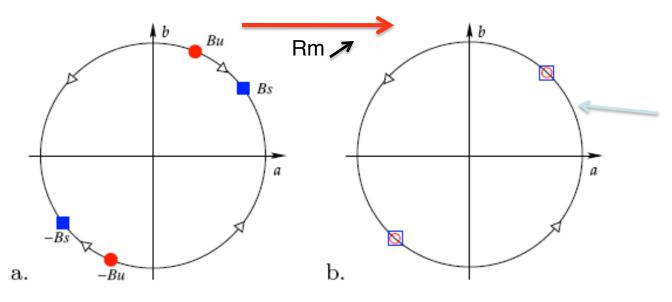


FIG. 1: Phase space of a system invariant under $\mathbf{B} \to -\mathbf{B}$ and displaying a saddle-node bifurcation: (a) below the on-

Coupling a Dipole to a Quadrupole => A= D + i Q yields a dynamical system with a 2-D phase space describing a saddle node bifurcation (with stable/unstable fixed points)

Coupling of both families via either nonlinear effects or symmetry breaking in the flow (Roberts & Stix 1972, Mc Fadden et al. 1991)

See M. Derosa's Talk for an example

Limit cycle above the saddle node bifurcation, leads Cyclic dynamo solution.

The Sun with large Rm is above the instability, whereas the Earth isn't, explaining the failed reversals (excursions)

In order to get irregular Cycles, one needs to have a time dependent control Parameter (Rm, Re...) that makes the Sun goes On and Off (Spiegel 2009)

Such behavior is expected from the Sun's nonlinear dynamo, or by stochasticity

Equation d' Energie Totale

(forme conservative, cas compressible, stratifié)

En faisant le produit scalaire v . Navier-Stokes => équation d'énergie cinétique

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \right) + \operatorname{div} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \ v \right) =$$

$$-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\nabla}P+\boldsymbol{v}\cdot\operatorname{div}\overline{\overline{\sigma}}+\rho\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{g}+|v.(jxB)|$$

En faisant le produit scalaire B . Induction => équation d'énergie magnétique

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + U + + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \right) +$$

$$\operatorname{div}\left(\frac{1}{2}\rho v^2 v + (U+P)v + q - v \cdot \overline{\overline{\sigma}} + \frac{E \times B}{\mu_0}\right) = \rho \text{v.g}$$

En additionnant avec l'équation pour l'énergie interne, on obtient:

$$\partial U/\partial t + \operatorname{div}(U \ v + q) = H - P\operatorname{div}v + (\overline{\overline{\sigma}} \cdot \nabla) \cdot v$$

+ terme gravité

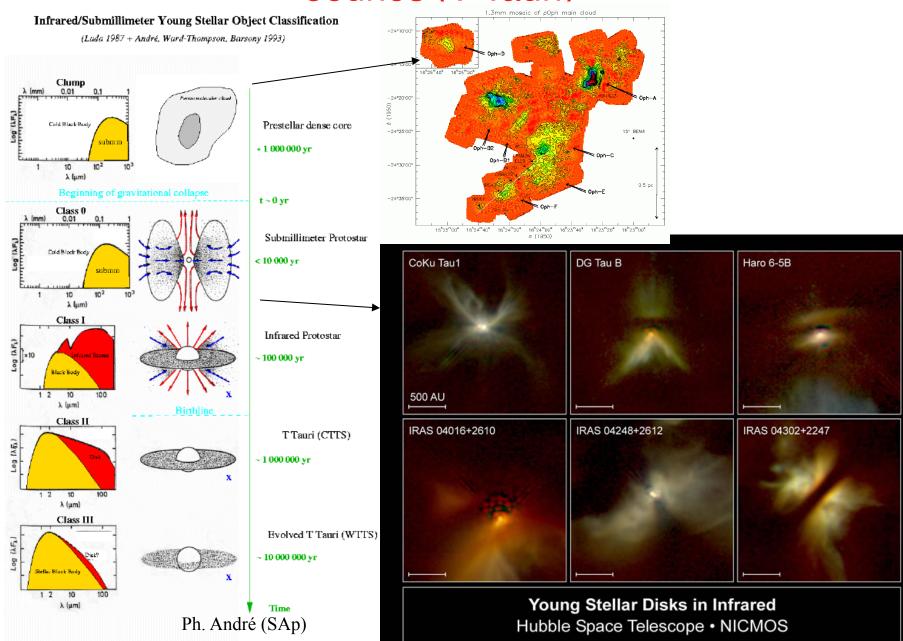
 $\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{g} = -\rho \mathbf{v} \cdot \nabla G = -(\operatorname{div}(\rho \mathbf{v}G) - G\operatorname{div}\rho \mathbf{v})$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + U + \right) + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} + \rho G + \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + U + \right) + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} + \rho G + \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + U + \right) + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} + \rho G + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} + \frac{1}{2} \frac{B^$$

$$\operatorname{div}\left(\frac{1}{2}\rho v^{2}v + (U+P)v + q - v \cdot \overline{\overline{\sigma}} + \frac{E \times B}{\mu_{0}} + \rho Gv\right) = H_{\neq joule}$$

Flux: énerg. cin., enthalpie, radiative, visqueux, Poynting, gravité

Phase d'Evolution des Etoiles: Formation, Etoiles Jeunes (T-Tauri)



Did a cyclic activity during Maunder minimum exist?

⇒Implies solar cycle robust feature and B-L models somewhat in trouble.....

TABLE I

Maxima and minima of solar activity during the Maunder Minimum, estimated from the ¹⁰Be data in Figure 2. The weak minima at 1627 and 1690 have been ignored.

Maxima of solar activity (¹⁰ Be minima)	Minima of solar activity (10Be maxima)	
1591		
1601	1596	
1001	1605	
1608	1611	
1615	1011	
1630	1620	Beer et al. 98
1630	1635	200. 0. 0 00
1644	1649	
1655	1049	
1668	1661	
1000	1674	
1679	1683	
1689		
1701	1696	
	1705	
1709	1714	
1720		
1731	1726	
	1736	
1740	1743 Dr.	A.S. Brun, Master

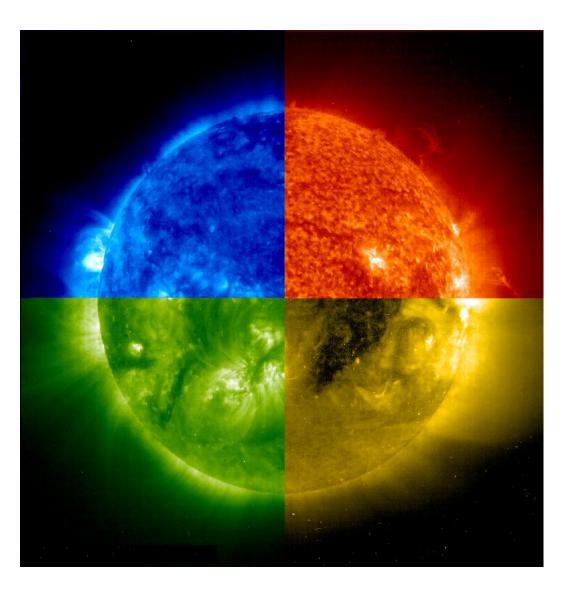
Modélisation et

Le Soleil vu a 4 fréquences/températures différentes

Lumière UV

Fer 8/9 fois ionisé 17,1 nm 0.8 Millions deg

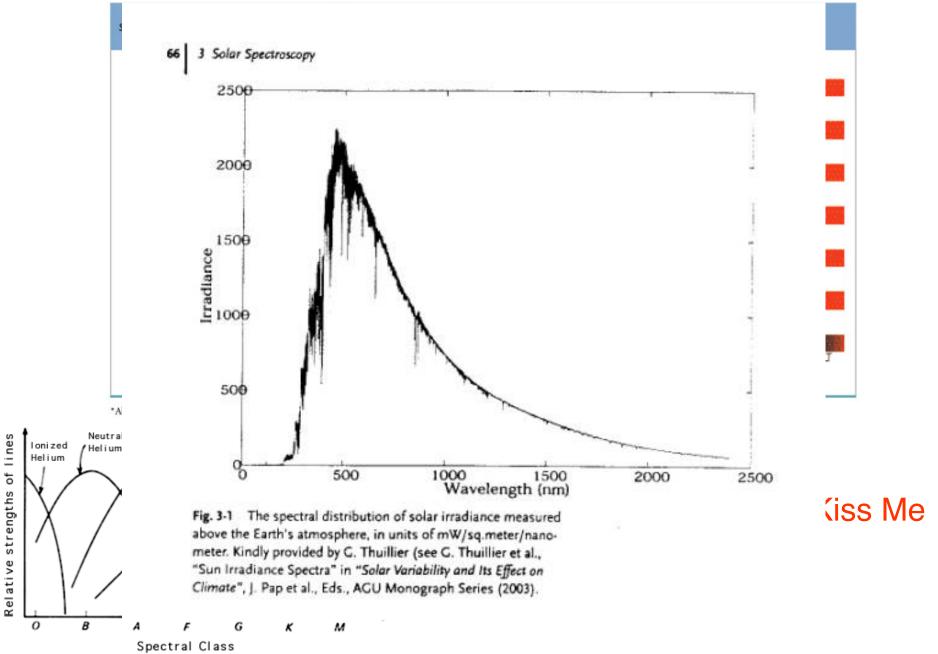
Fer 11 fois ionisé 19,5 nm 1.5 Millions deg



Helium 1 fois ionisé 30,4 nm 60000 deg

Fer 14 fois ionisé 28,4 nm 2 Millions deg

Couleurs et Types des Etoiles



Earths Fall School, Santorin – 18/10/15

Phase d'Evolution des Etoiles

Grandes phases dans la vie d'une étoile:

- Pré-séquence principale (PMS) : phase jeune (contraction à partir d'un gaz moléculaire H₂, Tracé d'Hayashi, brûlage du deutérium). Dans le diagramme de HR la phase jeune des étoiles (donc lumineuse) apparaît sur la droite du diagramme lors de la descente de Hayashi (formation).
- Séquence principale (MS): phase mure (étoile formée, brûlage de l'hydrogène, durée dépend de la masse (petites étoiles vivent longtemps)
- Phase Géante Rouge: phase agée pour étoile faible masse (brûlage de l'hydrogène en couche). L'Hélium dégénéré dans le cœur est inerte jusqu'à ce l'augmentation de la température centrale déclenche le brûlage de l'Hélium via la réaction triple-alpha.
- Selon la masse ce brulage s'effectue via un flash de l'Hélium (M < 3 Msol) ou une transition douce pour les étoiles de masses intermédiaires (3<M<9 Msol .

Phase d'Evolution des Etoiles

Grandes phases dans la vie d'une étoile:

- Phase Branche Horizontale (HB) ou Red Clump: brulage de l'hélium pour étoile M< 9 Msol. Cela depend de leur métalicité. Étoiles de population I (i.e riches en métaux) se trouvent sur le RC, les populations II (faibles en métaux), sur l'HB.
- Phase Branche Asymptotique (AGB): phase agée pour les étoiles de masse < 9 Msol. Elle se finie par des pulses thermiques qui soufflent l'enveloppe des étoiles formant les nébuleuses planétaires
- Phase Super-Géante: phase agée des massives (brûlage de l'hélium via triple-alpha puis ensuite des autres éléments jusqu'au Fer (26Fe) pour très massives, car elles n'ont pas un cœur dégénéré de carbone/oxygène, attention cependant au fort vent qui influence fortement évolution dans H-R.)
- Phase Finale (plus de réactions nucléaires): naines blanches, étoiles à neutrons ou trous noirs, mort lente bien qu'active (par exemple les pulsars)